

Министерство образования и науки Российской Федерации
Муромский институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**

Отделение среднего профессионального образования

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Математика
наименование дисциплины

11.02.01 Радиоаппаратостроение
код и наименование специальности

Программа подготовки специалистов среднего звена

Муром, 2018 г.

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств (ФОС) для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Математика» разработан в соответствии с рабочей программой, входящей в программу подготовки специалистов среднего звена по специальности 11.02.01 Радиоаппаратостроение.

№№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Комплексные числа	ОК 1-ОК 9 ПК 1.1	контрольная работа, вопросы для устного опроса
2.	Элементы линейной алгебры	ОК 1-ОК 9 ПК 1.1-ПК 1.3, ПК 2.2, ПК 3.2	контрольная работа, вопросы для устного опроса
3.	Производная. Применение производных к исследованию функций	ОК 1-ОК 9 ПК 1.1, ПК 2.1, ПК 3.1, ПК 3.3	контрольная работа, вопросы для устного опроса
4.	Интеграл. Применение интегралов к вычислению площадей фигур	ОК 1-ОК 9 ПК 1.1-ПК 1.3, ПК 2.3, ПК 3.1, ПК 3.3	контрольная работа, вопросы для устного опроса
5.	Элементы теории вероятностей	ОК 1-ОК 9 ПК 1.1, ПК 2.1, ПК 3.1, ПК 3.2	контрольная работа, вопросы для устного опроса
6.	Статистика	ОК 1-ОК 9 ПК 1.1, ПК 3.1, ПК 3.3	контрольная работа, вопросы для устного опроса

Комплект оценочных средств по дисциплине «Математика» предназначен для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям образовательной программы, в том числе рабочей программы дисциплины «Математика», для оценивания результатов обучения: знаний, умений, владений и уровня приобретенных компетенций.

Комплект оценочных средств по дисциплине «Математика» включает:

1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости:

- контрольные работы;
- перечень тем для устного опроса обучающихся.

2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме:

- контрольные вопросы по изученным темам,
- вопросы для проведения экзамена.

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Математика» при освоении программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 11.02.01 Радиоаппаратостроение:

<i>ОК-1: Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес</i>		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики; численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях; решать обыкновенные дифференциальные уравнения;	-
<i>ОК-2: Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество</i>		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики; численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях; решать обыкновенные дифференциальные уравнения;	-
<i>ОК-3: Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность</i>		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях; решать обыкновенные дифференциальные уравнения;	-
<i>ОК-4: Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития</i>		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;	-
<i>ОК-5: Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности</i>		

<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики; численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях; решать обыкновенные дифференциальные уравнения;	-
<i>ОК-6: Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями</i>		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях; решать обыкновенные дифференциальные уравнения;	-
<i>ОК-7: Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий</i>		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
-	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях; решать обыкновенные дифференциальные уравнения;	-
<i>ОК-8: Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации</i>		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики; численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях; решать обыкновенные дифференциальные уравнения;	-
<i>ОК-9: Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности</i>		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач;	-

	использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;	
ПК 1.1: Осуществлять сборку и монтаж радиотехнических систем, устройств и блоков.		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
численные методы решения прикладных задач	использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;	-
ПК 1.2: Использовать техническое оснащение и оборудование для реализации сборки и монтажа радиотехнических систем, устройств и блоков в соответствии с технической документацией.		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
-	применять математические методы для решения профессиональных задач;	-
ПК 1.3. Эксплуатировать автоматизированное оборудование для сборки и монтажа радиоэлектронных изделий.		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
-	применять математические методы для решения профессиональных задач;	-
ПК 2.1. Настраивать и регулировать параметры радиотехнических систем, устройств и блоков.		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;	использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных;	-
ПК 2.2. Анализировать электрические схемы радиоэлектронных изделий.		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики; численные методы решения прикладных задач	применять математические методы для решения профессиональных задач; использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях	-
ПК 2.3. Анализировать причины брака и проводить мероприятия по их устранению.		
<i>знать</i>	<i>уметь</i>	<i>иметь практический опыт</i>
основные понятия и методы математического синтеза и анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;	применять математические методы для решения профессиональных задач;	-

ПК 3.1. Выбирать измерительные приборы и оборудование для проведения испытаний узлов и блоков радиоэлектронных изделий и измерять их параметры и характеристики.		
знать	уметь	иметь практический опыт
-	применять математические методы для решения профессиональных задач;	-
ПК 3.2. Использовать методики проведения испытаний радиоэлектронных изделий.		
знать	знать	знать
-	использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;	-
ПК 3.3. Осуществлять контроль качества радиотехнических изделий.		
знать	знать	знать
-	использовать приемы и методы математического синтеза и анализа в различных профессиональных ситуациях;	-

Показатели, критерии и шкала оценивания компетенций текущего контроля знаний по учебной дисциплине «Математика»

Текущий контроль знаний, согласно Положению о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся (далее Положение) в рамках изучения дисциплины «Математика» предполагает тестирование, устный опрос и выполнение заданий по практическим работам.

Регламент проведения и оценивание устного опроса

В целях закрепления пройденного материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Математика» предполагается выполнение устных опросов студентов, что позволяет углубить процесс освоения, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины.

Регламент проведения мероприятия

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Предел длительности опроса	10
2.	Дискуссия	2
3.	Комментарии преподавателя	1
	Итого (в расчете на один опрос)	13 мин.

Критерии оценки устного опроса (до 5 вопросов)

Устные ответы оцениваются по следующим критериям:

- Содержание ответа (соблюдение объема ответа, соответствие теме, отражение всех аспектов, указанных в задании).
- Использование специальной терминологии (знание основных понятий по теме вопроса, владение специальной терминологией и ее использование при ответе).

- Взаимодействие с собеседником (умение логично и связно вести беседу, соблюдать очередность при обмене репликами, давать аргументированные и развернутые ответы на вопросы собеседника, умение начать и поддерживать беседу).

Оценка	Критерии оценивания
5 баллов	Ответ на вопрос раскрыт полностью; в представленном ответе обоснованно получен правильный результат; в ответе отражены все аспекты, указанные в вопросе; стилевое оформление речи соответствует теме вопроса, аргументация ответа на уровне.
4 балла	Ответ дан полностью, но нет достаточного обоснования или при верном ответе допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений, или не отражены некоторые аспекты, указанные в задании; аргументация ответов не всегда на соответствующем уровне.
3 балла	Ответы даны частично, не в полной мере соответствует теме; не отражены некоторые аспекты, указанные в задании; стилевое оформление ответа не в полной мере соответствует типу задания.
2 балла	Ответ неверен или отсутствует; учащийся не понимает смысла задания.

Регламент проведения и оценивание практических работ

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Математика» предполагается выполнение практических работ, что позволяет углубить процесс познания, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины.

Регламент проведения мероприятия

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Предел длительности практической работы	120 мин.

Критерии оценки практических работ

Оценка	Критерии оценивания
5 баллов	Задание выполнено полностью, в представленном отчете обоснованно получено правильное выполненное задание.
4 балла	Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений.
2 балла	Задания выполнены частично.
0 баллов	Задание не выполнено.

Организация проведения промежуточной аттестации. Формой промежуточной аттестации по дисциплине ЕН.01 «Математика» является

экзамен. Студентам предлагается десять вопросов из блока 1, пять вопросов из блока 2.

Критерии оценивания. Каждый ответ из блока 1 оценивается в 2 балла, из блока 2 - в 4 балла (максимальная сумма - 40 баллов). Результатом ответов на вопросы экзамена является сумма баллов. Она складывается с индивидуальным семестровым рейтингом студента, который формируется по результатам работы в течение семестра, и определяет итоговую оценку промежуточной аттестации.

Итоговая оценка определяется набранной суммой баллов следующим образом:

51 - 65 балла – «удовлетворительно»;

66 – 81 баллов – «хорошо»;

81 – 100 баллов – «отлично».

Оценочные средства для промежуточного рейтинг-контроля

(перечень вопросов)

Найдите значение выражения

<p>а) $4^{2,5} - (1/9)^{-1,5} + (5/4)^{3,5} \cdot 0,8^{3,5}$</p> <p>б) $\sqrt[4]{(-11)^4}; \sqrt[3]{25 \cdot 135}; \sqrt{4 - \sqrt{7}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{7}};$ $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}; 8^{5/3}; (\sqrt[3]{9})^{9/2}; (9 + \sqrt{73})^{1/3} \cdot (9 - \sqrt{73})^{1/3}$ $2^{(\sqrt{2}+1)^2} \div 2^{2\sqrt{2}}; \left((\sqrt{6})^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}; \sqrt[3]{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[5]{8};$ $\left(\sqrt{3^3} + \sqrt{(1/3)^3}\right) \div (\sqrt{3} + \sqrt{1/3}); \sqrt{5^{(\sqrt{5}+1)^2}} \cdot 25^{-\sqrt{5}}$</p>	<p>а) $9^{1,5} - (1/8)^{-4/3} + (5/6)^{4,5} \cdot 1,2^{4,5}$</p> <p>б) $\sqrt[6]{(-7)^6}; \sqrt[3]{9 \cdot 375}; \sqrt{\sqrt{65} - 7} \cdot \sqrt{\sqrt{65} + 7};$ $\sqrt{20 - 6\sqrt{11}}; 27^{-2/3}; (\sqrt[3]{16})^{9/2}; \sqrt[3]{12 - \sqrt{80}} \cdot (12 + 80^{0,5})^{1/3};$ $3^{(\sqrt{3}-1)^2} \div (1/3)^{2\sqrt{3}}; \left((\sqrt{2})^{\sqrt{6}}\right)^{\sqrt{6}}; \sqrt[6]{3\sqrt[7]{3^5}} \div \sqrt[7]{9};$ $\left(\sqrt{5^3} - \sqrt{\frac{1}{5^3}}\right) \div \left(\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right); \sqrt[4]{3^{(\sqrt{3}+1)^2}} \cdot 9^{-\sqrt{3}}$</p>
---	---

Упростите выражение

<p>а) $\frac{p+8}{p^{\frac{2}{3}} - 2\sqrt[3]{p} + 4} - \frac{p-8}{\sqrt[3]{p^2} + 2p^{\frac{1}{3}} + 4}$</p> <p>б) $\frac{c-\epsilon}{\sqrt[4]{c^3} - \sqrt[4]{c^2\epsilon} + \sqrt[4]{c\epsilon^2} - \sqrt[4]{\epsilon^3}} \div \left(\frac{1}{\sqrt[4]{c}} + \frac{1}{\sqrt[4]{\epsilon}}\right)$</p> <p>в) $\sqrt{c^2 + c\sqrt{8} + 2} + \sqrt{c^2 - c\sqrt{8} + 2}$</p>	<p>а) $\frac{8k+1}{4k^{\frac{2}{3}} - 2\sqrt[3]{k} + 1} - \frac{8k-1}{4\sqrt[3]{k^2} + 2k^{\frac{1}{3}} + 1}$</p> <p>б) $\left(\frac{\sqrt[4]{c^3} - \sqrt[4]{\epsilon^3}}{\sqrt{c} - \sqrt{\epsilon}} - \sqrt[4]{c} - \sqrt[4]{\epsilon}\right) \cdot \left(\sqrt[4]{\frac{c}{\epsilon}} + 1\right)$</p> <p>в) $\sqrt{\epsilon + 2\sqrt{\epsilon-1}} + \sqrt{\epsilon - 2\sqrt{\epsilon-1}}$</p>
---	--

Изобразите схематически график и опишите свойства функции

$y = (\sqrt{5})^x$ | $y = (1/\sqrt{5})^x$

2) Постройте график функции $y = 2^x - 1$ ($y = 3^x - 1$); назовите множество значений функции; выделите на рисунке часть графика, для которой $-1/2 < y < 3$ ($-2/3 < y < 2$), и найдите соответствующие значения x .

3*) Постройте график функции $y = |2^x - 1|$ ($y = |3^x - 1|$) и найдите наименьшее и наибольшее значение этой функции на отрезке $[-2; 4]$ ($[-2; 2]$)

Решите графически уравнение

$(1/2)^x = 2 - x$ | $3^x = 2x + 3$

Решите графически неравенство

$3^x < 1/3$ | $(1/2)^x > 2$

Решите неравенства

<p>1) $5^{4x-7} > 1$</p> <p>2) $0,7^x < 2 \frac{2}{49}$</p> <p>3) $(1/4)^x - 3 \cdot (1/2)^x + 2 > 0$</p> <p>4) $(1/5)^{x-1} + (1/5)^{x+1} \leq 26$</p> <p>5) $3^{x^2} > 9^8$</p> <p>6) $0,5\sqrt{32^x} > \frac{2}{4^x}$</p> <p>7) $2^x - 2^{3-x} > 2$</p> <p>8) $x^2 \cdot 2^x + 1 > x^2 + 2^x$</p>	<p>1) $2^{2x-9} < 1$</p> <p>2) $0,9^x \geq 1 \frac{19}{81}$</p> <p>3) $(1/3)^{2x} - 6 \cdot (1/3)^x - 27 \leq 0$</p> <p>4) $(1/2)^x + (1/2)^{x-2} > 5$</p> <p>5) $3^{ x +2} < 27$</p> <p>6) $\frac{3}{\sqrt{27^x}} < \frac{3}{9^x}$</p> <p>7) $3^{1+x} + 3^{2-x} < 28$</p>
---	--

10

$$8) x^2 \cdot 3^x + 9 > x^2 + 9 \cdot 3^x$$

Вычислить

$$\lg(10^5 \sqrt{100}), \log_{125} 5 - \log_{\sqrt{2}} 1/2 + \log_{2,5} 0,4;$$

$$6^{3 \log_6 3}; 9^{\log_3 6-1,5}$$

$$\lg(0,01^3 \sqrt{10}), \log_{\sqrt{3}} 1/3 - \log_{0,2} 5 + \log_{64} 4;$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{4 \log_{\frac{1}{6}} 2}; 4^{1,5 - \log_{16} 25}$$

Найти ООФ

$$\log_3(1-2x); \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4x-1}; \frac{\sqrt{-x^2-3x}}{\log_{0,4}(2x+3)}$$

$$\log_{1/2}(3-4x); \log_3 \frac{3x+1}{4}; \frac{\sqrt{5x-x^2}}{\log_{1/3}(5-3x)}$$

Прологарифмируйте по основанию 10 выражение

$$x = \frac{\sqrt{100p} \sqrt{10p}}{1000 \sqrt{p}}$$

$$x = \frac{\sqrt{10e^3 \sqrt{100e}}}{100 \sqrt[3]{e}}$$

Найдите x, если

$$\log_5 x = 3 \log_5 \sqrt{c} - \frac{1}{2} \log_5 c - \frac{1}{4}$$

$$\log_3 x = \frac{1}{2} \log_3 \sqrt{b} - \frac{1}{4} \log_3 b - \frac{1}{2}$$

Вычислите

а) $\log_{25} 35$, если $\log_5 7 = p$

а) $\log_{49} 21$, если $\log_7 3 = c$

б) $\log_{\sqrt{a}} b^4 \sqrt{a} + \log_{\sqrt{b}} a + \log_a \sqrt{ab}$, если $\log_a b = 2$

б) $\log_{\sqrt[3]{a}} \frac{b}{a} + \log_{\sqrt{b}} a^3 \sqrt{b}$, если $\log_b a = 9$

Решите

1) $\log_3(3x-5) = \log_3(x-3)$

1) $\log_7(4x-6) = \log_7(2x-4)$

2) $\log_2(x^2 - 3x + 10) = 3$

2) $\log_{1/2}(x^2 - 4x - 1) = -2$

3) $\log_3^2 x - \log_3 x = 2$

3) $\log_{1/2}^2 x - \log_{1/2} x = 6$

4) $\frac{2}{\lg x - 3} + \frac{4}{\lg x + 1} = 1$

4) $\frac{1}{3 - \lg x} + \frac{2}{\lg x - 1} = 3$

5) $\lg(x-1) = 0,5 \lg(1+1,5x)$

5) $\lg(2x+1) = 0,5 \lg(1-3x)$

6) $2 \log_{1/3}^2 x - 5 \log_3 x = 7$

6) $3 \log_{1/2}^2 x + 2 \log_2 x = 5$

7) $\log_x(x+2) = 2$

7) $\log_x(x+6) = 2$

8) $\log_{x+1}(x-0,5) = \log_{x-0,5}(x+1)$

8) $0,5 \lg(8-x) = \lg(1+\sqrt{x+5})$

9) $\left| \frac{1}{3} - \log_{\frac{1}{8}} x \right| + \frac{1}{3} = \left| \frac{2}{3} - \log_{\frac{1}{8}} x \right|$

9) $\left| 1 - \log_{\frac{1}{9}} x \right| + 1 = \left| 2 - \log_{\frac{1}{9}} x \right|$

10) $\sqrt{\log_x \sqrt{5x}} = -\log_x 5$

10) $\log_{10} x + \log_{\sqrt{10}} x + \log_{\sqrt[3]{10}} x + \dots + \log_{\sqrt[10]{10}} x = 5,5$

11) $(100x)^{\lg x} = x^3$

11) $(0,1x)^{\lg x} = 1000x$

12) $\log_x 8 \cdot \log_{0,5} \frac{x}{2} = \log_9 \frac{1}{27}$

12) $\log_9(9x) \cdot \log_x \sqrt{3} = \log_{1/4} \sqrt{2}$

13*) $\log_{1/3} x = x - 4$

14*) $3^x + \log_2 x = 10$

Изобразите схематически графики функций

$$y = x^{\frac{1}{\sqrt{7}}}, (x > 0); y = \sqrt[6]{x+1} - 1$$

$$y = x^{-\sqrt{7}}, (x > 0); y = (x-1)^n + 1,5, (x > 1)$$

Возрастает или убывает функция $y = x^p, (x > 0)$, если

$$p = 2 - \sqrt{10}; p = \lg 17$$

$$p = \cos 130^\circ; p = 5 - \sqrt{15}$$

Решите графически уравнения

$$a) \sqrt{x+1} = x^2 - 2x + 1; б) 2^{-x} = \sqrt[3]{x-2}$$

$$a) \sqrt[3]{x-1} = -x^2 + 5; б) 2 - x^{-1} = \sqrt{3+x}$$

$$в) 2^{x+|x|} = |\log_3 x|$$

$$в) 3^{|x|} - 3 = |\log_2 x|; в*) |3^{|x|} - 3| = \log_2 |3-x|$$

Вычислить

$$\cos \frac{21\pi}{2}; 2 \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \cos \left(-\frac{\pi}{4} \right); \operatorname{tg} 930^\circ; \sin \frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{\sin x - 3 \cos x}{2 \sin x + 5 \cos x}, \text{ если } \operatorname{tg} x = -2$$

$$\sin \frac{15\pi}{2}; \cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) \cdot 3 \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4} \right); \operatorname{ctg} 930^\circ; \cos \frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{-2 \sin x + 3 \cos x}{4 \cos x + 3 \sin x}, \text{ если } \operatorname{tg} x = -3$$

Решите уравнения

$$a) \cos(-3x) = -1; б) \operatorname{tg}(5\pi + x) = 0$$

$$a) \sin(-2x) = -1; б) \operatorname{ctg}(7\pi + x) = 0$$

$$в) \sin(2x + 6\pi) + \cos \pi/4 = \sqrt{2}/2$$

$$в) \cos(8\pi + 3x) + 1 = \operatorname{tg} \pi/4$$

Упростите выражения

$$a) \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{\cos x - 1}$$

$$a) \frac{\cos x - \operatorname{ctg} x}{\sin x - 1}$$

$$\Gamma^*) \cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \dots \cdot \cos \frac{7\pi}{15}$$

$$б) \frac{1 + \sin 2x + \sin \left(\frac{3}{2}\pi - 2x \right)}{1 + \sin 2x - \sin \left(\frac{3}{2}\pi + 2x \right)}$$

$$б) \frac{\sin(\pi - x) + \sin \frac{x}{2}}{1 - \sin \left(\frac{3}{2}\pi - x \right) + \cos \frac{x}{2}}$$

$$Д^*) \frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$$

$$в) \frac{1 - (\sin x - \cos x)^2}{1 - 2 \cos^2 x}$$

$$в) \frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x \cos x}$$

$$е^*) \frac{-\sin 47^\circ - \sin 61^\circ + \sin 11^\circ + \sin 25^\circ}{\cos 7^\circ}$$

Решите уравнения

$$1) \sin x = 0$$

$$1) \cos x = 0$$

$$2) 2 \operatorname{tg} 3x = 0$$

$$2) 3 \operatorname{ctg} x = 0$$

$$3) -2 \cos x = 1$$

$$3) -2 \sin x = \sqrt{2}$$

$$4) 2 \sin(2x - 4\pi) = -\sqrt{3}$$

$$4) 2 \cos(2x - 4\pi) = -\sqrt{3}$$

$$5) \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x = 1$$

$$5) \cos x \cos 3x - \sin x \sin 3x = 1$$

$$6) 2 \sin x/2 \cos x/2 = -1$$

$$6) \cos^2 2x - \sin^2 2x = -1$$

$$7) \cos^2 2x = 2$$

$$7) 1/2 \sin 4x = 1$$

$$8) 1 - \sin^2 x = 0$$

$$8) 1 - \cos^2 x = 0$$

$$9) 3 \sin^2 2x + 7 \cos 2x - 3 = 0$$

$$9) 2 \cos^2 3x + 5 \sin 3x - 4 = 0$$

$$10) 2 \operatorname{tg}^4 3x - 3 \operatorname{tg}^2 3x + 1 = 0$$

$$10) 2 \operatorname{tg} x - 2 \operatorname{ctg} x = 3$$

$$11) (1 - \cos 2x)(\operatorname{ctg} x + \sqrt{3}) = 0$$

$$11) (\sin x + 1)(\operatorname{ctg} 2x - \sqrt{3}) = 0$$

$$12) \sin x = \sin 3$$

$$12) \cos x = \cos 4$$

$$13) \operatorname{tg} 2x = -\sqrt{3}, \text{ на отрезке } [-\pi/2; \pi]$$

$$13) \operatorname{tg} x/2 = -\sqrt{3}/3, \text{ на отрезке } [-3\pi/2; 2\pi]$$

$$14) 2 \cos^2 x - \sin x - 1 = 0; 8 < x < 40$$

$$14) \cos 2x = 1 - 3 \cos x; 1 < x < 50$$

Найти производные функций

а) $f(x) = 5x^3 - 3x^9$

б) $f(x) = 6\sqrt[3]{x} + 4\sqrt{x}$

в) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x}$

г) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - 0,5x^2 - 3x + 2$

д) $f(x) = x\sqrt{x}$ е) $f(x) = \frac{4-3x}{x+2}$

ж) $f(x) = e^{-5x}$ з) $f(x) = x \cdot 2^x$

и) $f(x) = \ln(2x + 1)$ к) $f(x) = \ln \cos x/2$

л) $f(x) = \log_3(2x^2 - 3x + 1)$

м) $f(x) = \cos(5 - 3x)$

н) $f(x) = \operatorname{ctg}(2 - 5x)$

о) $f(x) = 2\sin 3x \cos 3x$

п) $f(x) = \log_2^2(x^2 - \sin x)$

а) $f(x) = 2x^7 + 3x^3$

б) $f(x) = 6\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x}$

в) $f(x) = \frac{1-2x+3x^2}{x}$

г) $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + 1,5x^2 + 5x - 3$

д) $f(x) = -x\sqrt{x}$ е) $f(x) = \frac{3+2x}{x-5}$

ж) $f(x) = e^{-0,3x}$ з) $f(x) = x \cdot 3^x$

и) $f(x) = \ln(3x - 4)$ к) $f(x) = \ln \sin x/2$

л) $f(x) = \log_{1/2}(3x^2 - 2x + 50)$

м) $f(x) = \sin(3 - 2x)$

н) $f(x) = \operatorname{tg}(4 - 3x)$

о) $f(x) = \cos^2 4x - \sin^2 4x$

п) $f(x) = \log_3^2(x^2 + \cos x)$

Найти значение выражения

а) $f'(0,5)$, если $f(x) = \frac{3}{5-4x}$

б) $f'(-\pi/4)$, если $f(x) = 3\sin^2 x$

в) $f'(1) + f(1)$, если $f(x) = (2x-3)\sqrt{x}$

г) $f'(-3)$, если $f(x) = e^{-1/3x-1} + \ln(3-3x)$

д) $f'(0) + f'(\pi/3)$, $f(x) = (x^2 - 3x)\cos 3x$

а) $f'(-0,5)$, если $f(x) = \frac{4}{3+2x}$

б) $f'(-3\pi/4)$, если $f(x) = 5\cos^2 x$

в) $f'(1) - f(1)$, если $f(x) = (3x+4)\sqrt{x}$

г) $f'(-2)$, если $f(x) = e^{0,5x+1} + \ln(1-2x)$

д) $f'(0) + f'(-\pi/2)$, $f(x) = (3x^2 + x)\cos 2x$

Решите уравнение $y'(x) = 0$, если

а) $y = 4x + \frac{8}{x}$

б) $y = \ln \sin x$

а) $y = 3x + \frac{9}{x}$

б) $y = \ln \cos x$

Напишите уравнение касательной к гр-ку функции в точке с абсциссой x_0 .

а) $f(x) = -x^2 + 6x + 8$, $x_0 = -2$

б) $f(x) = e^{0,5x}$, $x_0 = \ln 4$

а) $f(x) = -x^2 - 4x + 2$, $x_0 = -1$

б) $f(x) = \ln(2x - e)$, $x_0 = e$

Найдите уравнение касательной к графику функции

$f(x) = x^2 - 4x + 5$

$f(x) = x^2 + 3x + 5$

если эта касательная проходит через точку $(0; 4)$ $[(0; 1)]$ и абсцисса точки касания положительна [отрицательна].

Определите

К графику функции $y = \frac{3}{x+2}$ [$y = -\frac{4}{x-3}$] проведены две параллельные касательные, одна из которых проходит через точку графика с абсциссой $x_0 = -1$ [$x_0 = 1$]. Найдите абсциссу точки, в которой другая касательная касается графика данной функции.

Определите

Какой угол (острый, прямой или тупой) образует с положительным направлением оси Ox касательная к графику функции в точках $-1; 0; 1$?

$y = x^3 - x^2$

$y = x^2 - x^3$

Определите

В какой точке касательная к графику функции $y = -x^2 + 4x - 3$ параллельна оси абсцисс?

Определите

В какой точке касательная к графику функции $y = 0,5x^2 + 1$ параллельна прямой $y = -x - 1$?

Найти стационарные (критические) точки функции.

$$f(x) = -x^3/3 + x^2/2 + 2x - 3 \quad | \quad f(x) = -x^3/3 - x^2/4 + 3x - 2$$

Найти точки экстремума функции.

$$f(x) = 0,5x^4 - 2x^3; f(x) = xe^{x^2-3x} \quad | \quad f(x) = 1,5x^4 + 3x^3; f(x) = x(1/e)^{x^2-x}$$

Найти экстремумы функции.

$$1-в) f(x) = (6-3x)\sqrt{x} \quad | \quad 2-в) f(x) = \frac{8+2x}{\sqrt{x}} \quad | \quad 3-б) f(x) = x^2 \cdot e^x; y = \frac{x^3 - x^2}{e^{-x}}$$

Найти промежутки убывания функции.

$$1-в) f(x) = x^3 - 6x^2 + 5 \quad | \quad 2-в) f(x) = x^3 + 9x^2 - 4 \quad | \quad 3-б) f(x) = \lg \sin x$$

Найти промежутки возрастания функции.

$$1) f(x) = \frac{3x+2}{1-4x}; f(x) = \frac{x+1}{x^2-2x} \quad | \quad 2) f(x) = \frac{1+4x}{2x-3}; f(x) = \frac{x-1}{x^2+3x} \quad | \quad 3-б) y = \frac{2\ln^2 x + 3\ln x}{x}$$

Найти промежутки возрастания и убывания функции.

$$1) y = \frac{x^3}{e^{0,5x}}; y = 1,5\lg^2 x + \lg^3 x \quad | \quad 2) y = \frac{e^{-0,5x}}{x+1}; y = (x^2 - 2x + 1)x^{\sqrt{2}} \quad | \quad 3-б) y = \frac{x}{\ln x}$$

Решить систему уравнений методом Крамера и средствами матричного

исчисления

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_3 = 14 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31 \\ 4x_1 + 11x_3 = -43 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 14 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases}$$

Оценочные средства для экзамена

Знать:

1. Изобразить график функции синуса и описать свойства функции.
2. Изобразить график функции косинуса и описать свойства функции.
3. Изобразить график функции тангенса и описать свойства функции.
4. Изобразить график показательной функции с основанием, большим единицы, и описать свойства функции.
5. Изобразить график показательной функции с основанием, меньшим единицы, и описать свойства функции.
6. Изобразить график логарифмической функции с основанием, большим единицы, и описать свойства функции.
7. Изобразить график логарифмической функции с основанием, меньшим единицы, и описать свойства функции.
8. Изобразить график степенной функции с показателем, большим единицы, и описать свойства функции.
9. Изобразить график степенной функции с положительным показателем, меньшим единицы, и описать свойства функции.
10. Показать на тригонометрическом круге или графике функции решения уравнения

$$11. \quad \sin x = \frac{1}{2} \text{ (или любое из значений } 1; 0; \frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2} \text{) и записать их.}$$

12. Показать на тригонометрическом круге или графике функции решения уравнения

$$13. \quad \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (или любое из значений } 1; 0; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \text{) и записать их}$$

14. Показать на линии тангенсов или графике функции решения уравнения

$$15. \quad \operatorname{tg} x = 1 \text{ (или любое из значений } 0; \frac{\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3} \text{) и записать их}$$

16. Описать, в чем состоит механический смысл производной.
17. Описать, в чем состоит геометрический смысл производной.

18. Сформулировать теоремы о производных суммы и произведения двух функций.
19. Записать формулы производных степенной и тригонометрических функций.
20. Сформулировать достаточный признак возрастания (убывания) функции, дать его наглядную иллюстрацию.
21. Сформулировать достаточный признак максимума (минимума) функции, дать его наглядную иллюстрацию.
22. Сформулировать правило нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке.
23. Сформулировать основное свойство первообразных, дать его графическую иллюстрацию.
24. Записать формулы первообразной многочлена.
25. Сформулировать теоремы о первообразных суммы двух функций f и g и произведения вида kf .
26. Описать, как вычисляется площадь криволинейной трапеции.
27. Сформулировать теоремы о свойствах степеней с рациональным показателем.
28. Сформулировать теоремы о свойствах корней n -й степени.
29. Сформулировать теоремы о свойствах логарифмов.
30. Понятие периодической функции. Пример, иллюстрация на графике.
31. Свойства степеней с рациональным показателем. Доказательство одной из теорем (по выбору учащегося).
32. Понятие о точках максимума (минимума) функции. Пример, графическая иллюстрация.
33. Вывод общей формулы корней уравнения $\sin x = a$.
34. Понятие арксинуса числа. Пример.
35. Основное свойство первообразной, его геометрическая иллюстрация.
36. Понятие арккосинуса числа. Пример.
37. Показательная функция, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств (по выбору учащегося).
38. Понятие арктангенса числа. Пример.

39. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств (по выбору учащегося).
40. Понятие производной, ее механический смысл.
41. Вывод общей формулы корней уравнения $\cos x = a$.
42. Понятие производной, ее геометрический смысл.
43. Вывод общей формулы корней уравнения $\operatorname{tg} x = a$.
44. Понятие о непрерывности функции. Пример, графическая иллюстрация.
45. Свойства корней n -й степени. Доказательство одной из теорем (по выбору учащегося).
46. Теоремы о непрерывности рациональных и дробно-рациональных функций на области их определения.
47. Свойства логарифмов. Доказательство одной из теорем (по выбору учащегося).
48. Понятие о первообразной функции.
49. Функция тангенс, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств (по выбору учащегося).
50. Вычисление площади криволинейной трапеции.
51. Функция синус, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств (по выбору учащегося).
52. Правило вычисления первообразных.
53. Функция косинус, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств (по выбору учащегося).
54. Правило нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции. Пример.
55. Формулы суммы и разности синусов (косинусов). Доказательство одной из формул (по указанию учителя).
56. Понятие экстремума функции. Пример.
57. Формулы сложения тригонометрических функций и следствия из них. Доказательство одной из формул и следствия из нее (по указанию учителя).
58. Вычисление площади криволинейной трапеции.
59. Теорема о вычислении площади криволинейной трапеции.

60. Теорема Лагранжа, ее геометрический смысл.
61. Степенная функция, ее свойства и график. Доказательство одного из свойств (по выбору учащегося).
62. Формула для вычисления производной сложной функции.
63. Нахождение первообразных. Доказательство одного из правил (по указанию учителя).
64. Нахождение скорости при неравномерном движении. Пример.
65. Таблица первообразных элементарных функций.
66. Понятие арксинуса числа. Пример.
67. Теорема о производной суммы двух функций.
68. Число e . Натуральный логарифм.
69. Достаточные условия возрастания (убывания) функции.
70. Понятие арктангенса числа. Пример.
71. Таблица производных элементарных функций (степенной, синуса, косинуса). Доказательство одной из формул (по указанию учителя).
72. Понятие периодической функции. Пример, иллюстрация на графике.
73. Производная показательной функции.
74. Понятие арккосинуса числа. Пример.
75. Касательная. Вывод уравнения касательной к графику дифференцируемой функции в данной точке.
76. Число e . Натуральный логарифм.
77. Приближенное вычисление значений функции с помощью производной.
78. Понятие об интеграле.
79. Достаточные условия максимума (минимума) функции.
80. Понятие о первообразной функции.
81. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
82. Правило нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции. Пример.
83. Дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания.

Уметь:

Вычислить (№ 1–13):

1. $\sqrt[3]{125}$;

8. $\lg 0,001$;

2. $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$;

9. $\sin^2 \frac{\pi}{2}$;

3. $4^{1/2}$;

10. $\cos\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$;

4. $\left(\frac{8}{27}\right)^{-2/3}$;

11. $\operatorname{tg} \pi$;

5. $\log_3 9$;

12. $\cos \frac{5\pi}{4}$;

6. $\log_{1/2} 1$;

13. $\sin \frac{11\pi}{6}$.

7. $\log_2 0,5$;

Найти значение выражений (№ 14–19):

14. $\sqrt[3]{27 \cdot 64}$;

17. $\log_6 3 + \log_6 2$;

15. $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{125}$;

18. $\lg 200 - \lg 2$;

16. $3^{-1/2} \cdot 3^{2,5}$

19. $2\log_3 6 - \log_3 4$.

Упростить выражения (№ 20–24):

20. $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x}$;

21. $(x+2)^{-1/2} \cdot (x+2)^3$;

22. $\log_2 x + \log_2 5x - \log_2 5$;

23. $\sin(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$;

24. $\operatorname{tg}(\pi + x) \cdot \cos(\pi - x)$.

Решить уравнения (№ 1–7):

$$1. 2^{3x-1} = \frac{1}{8};$$

$$5. \log_2(2x - x^2) = 0;$$

$$2. 3^{x^2+x} = 1;$$

$$6. \log_3(x-1) = \log_3(2x+1);$$

$$3. \log_{16} x = 2;$$

$$7. \sqrt{3x-2} = x.$$

$$4. \log_{1/3}(x+2) = 1;$$

Решить неравенства (№ 8–13):

$$8. 2^x \geq 16;$$

$$11. \log_3 x \leq \log_3 5;$$

$$9. (1/3)^x < 27;$$

$$12. \log_{0,4} x < 1;$$

$$10. 5^{x+2} < \frac{1}{25};$$

$$13. \lg(x-4) \geq 0.$$

Решить уравнения и указать любые два корня (№ 14–16):

$$14. \sin x = \frac{1}{2};$$

$$15. \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$16. \operatorname{tg} 2x = 0.$$

Решить, применяя метод интервалов (№ 17–18):

$$17. \frac{(x-2)(2x+3)}{4-x} \geq 0;$$

$$18. \frac{x^2-4}{x+5} < 0.$$

19. Определить, какие из чисел -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 8 являются корнями уравнения $\log_2 x = x - 2$.

20. Определить, какие из чисел -3 ; 0 ; 1 ; 2 являются корнями уравнения $2^x = x + 2$.

Исследовать знаки значений функции методом интервалов (№ 2–5):

$$2. y = x^2 - 2x; \quad 4. y = 2 - \frac{1}{x};$$

$$3. y = \frac{x+3}{2x-1}; \quad 5. y = \log_2(x+4).$$

Найти производную функции (№ 6–7):

$$6. f(x) = 2x^3 - x^5 + 1; \quad 7. g(x) = x + e^x.$$

8. Вычислить значение производной функции $y = f(x)$ в указанной точке:

$$f(x) = 2x - x^3, \quad x_0 = -2.$$

Исследовать на возрастание и убывание функцию (№ 9–10):

$$9. f(x) = 2x^2 - x + 1;$$

$$10. g(x) = 12x - x^2.$$

Найти экстремумы функции (№ 11–12):

$$11. f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5;$$

$$12. g(x) = \sin x + x.$$

Исследовать функцию на возрастание, убывание и экстремумы (№ 13–14):

$$13. y = 2x - x^2;$$

$$14. y = x^3 - 3x + 2.$$

Найти наибольшее и наименьшее значения функции (№ 15–16):

$$15. f(x) = x^3 - 12x \text{ на } [0;3];$$

$$16. g(x) = 2x^2 - x^4 \text{ на } [0;3].$$

Доказать, что функция $y = F(x)$ – первообразная для $y = f(x)$ на R (№ 17–18):

$$17. F(x) = x^5 + 1; f(x) = 5x^4;$$

$$18. F(x) = 3x - \cos x; f(x) = 3 + \sin x.$$

Найти первообразную функции (№ 19–20):

$$19. f(x) = x^2 + 3x + 1;$$

$$20. f(x) = \frac{x^3 + x}{2}.$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями (№ 21–22):

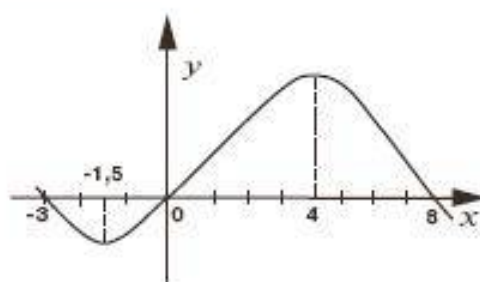
21. $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$;

22. $y = 4 - x^2$, $y = 0$.

23. Используя данные о производной функции $y = f'(x)$ (см. таблицу), указать промежутки убывания функции $y = f(x)$.

x	$(-\infty; -3)$	-3	$(-3; 6)$	6	$(6; +\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

24. По графику, изображенному на рисунке, определить промежутки, где производная положительна.



Схематически изобразив графики, определить число корней уравнений (№ 25–27):

25. $2^x = -x$;

26. $\sin x = -\frac{1}{3}$;

27. $\log_3 x = -2x + 4$.

Вычислить (№ 1–13):

1. $\cos \alpha$ и $\cos 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{2}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

2. $\sin\left(\arccos \frac{4}{5}\right)$;

3. $\cos\left(\arcsin \frac{1}{6}\right)$;

4. $\sqrt[4]{10 + \sqrt{19}} \cdot \sqrt[4]{10 - \sqrt{19}}$;

5. $(3^{0.5} - 2^{-1})^2 - 2^{-2} + \sqrt{3}$;

$$6. 8^{\log_8 2-1} : (8^{\log_8 26} + 1);$$

$$7. \frac{3\log_6 2 + \log_6 27}{3^{2\log_3 4}};$$

$$8. 0,5^{\log_2 5} - \log_2 15;$$

$$9. \log_8 4 + 0,5^{\log_2 3};$$

$$10. \cos x \cdot \cos y, \text{ если } x = 37^\circ 30', y = 7^\circ 30';$$

$$11. \frac{\cos^2 32^\circ - \sin^2 28^\circ}{\cos 4^\circ};$$

$$12. \operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \frac{\sqrt{3} \cos \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sqrt{3} \sin \alpha} = a;$$

$$13. \left(1 - \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}\right) \cdot \left(1 - \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}\right), \text{ если } \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{11}.$$

Упростить выражения (№ 14–23):

$$14. \left(\frac{x+y-x^{1/2}y^{1/2}}{x^{3/2}+y^{3/2}} - \frac{x^{1/2}+y^{1/2}}{x-y} \right) \cdot (x-y);$$

$$15. \frac{\sin 1,2\pi}{\sin 1,3\pi \cdot \operatorname{tg} 1,8\pi};$$

$$16. \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x-y} - \sqrt{x} + \sqrt{y} \right) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y});$$

$$17. \frac{4^x - 1}{2^x + 1} \cdot (4^x + 2^x + 1) - 8^x;$$

$$18. \frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-2}} - \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{3/2} - b^{3/2}} \right)^{-1};$$

$$19. \frac{(a^{3/4} - b^{3/4})(a^{3/4} + b^{3/4})}{\sqrt{} \sqrt{}} - \sqrt{ab};$$

$$20. \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}}{x + \sqrt{x^2 - 1}} \cdot (x^2 - 1);$$

$$21. \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha};$$

$$22. \lg(x^3 + 8) - 0,5 \lg(x^2 + 4x + 4) - \lg(x^2 - 2x + 4);$$

$$23. \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_3 \sqrt{x+1} - 0,5 \log_3 (x^2 - 1)}$$

24. Определить, имеет ли смысл выражение

$$\log_{11,2} \left(\sin \frac{\pi}{7} - \cos \frac{\pi}{8} \right).$$

Ответ обосновать.

25. Доказать, что логарифмы двух взаимно обратных чисел являются противоположными числами. Доказать тождества (№ 26–27):

$$26. \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x;$$

$$27. \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\cos(x-y)}{\cos x \cdot \sin y}.$$

$$8. \lg(1 + \lg(1 + \lg x)) = 0;$$

$$9. \log_2(9^{x-1} + 7) = 2 \log_2(3^{x-1} + 1);$$

$$10. x^{3x^2-5x-2} = 1;$$

$$11. 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448;$$

$$12. \log_2 \log_3 \log_4 x = 0;$$

$$13. \log_{x-1}(x^2 - 5x + 10) = 2;$$

$$14. 4^{\log_9 x^2} + 2 = 4^{\log_9 x+1} - 4^{\log_9 x};$$

$$15. x^{\lg x} = 100x.$$

Решить неравенства (№ 16–30):

$$16. (x^2 - 4)\sqrt{x+9} \geq 0;$$

$$17. \frac{x+1}{|x+2|} \leq 0;$$

$$18. \sin x + \sqrt{3} \cos x < 0;$$

$$19. \sin 2x \geq \frac{1}{2};$$

$$20. 2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3 < 0;$$

$$21. 3^{2x} \leq 1 - 8 \cdot 3x - 1;$$

$$22. \sqrt{49^{x+2}} \geq 7^{2x+1};$$

$$23. \log_{0,8} x \cdot \log_{0,8} (x+9) \geq 0;$$

$$24. \log_{1/7}(\log_9 x) \geq 0;$$

$$25. -1 + \log_{0,5}(4-x) \leq \log_{0,5}(x+5);$$

$$26. \left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} > \frac{\lg 4}{\lg 8};$$

$$27. 2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 < 0;$$

$$28. 5^{\lg x} - 3^{\lg x - 1} < 3^{\lg x + 1} - 5^{\lg x - 1};$$

$$29. \log_2 (9 - 2^x) < 3 - x;$$

$$30. 2 \log_x 25 - 3 \log_{25} x > 1.$$

Решить системы (№ 31–37):

$$31. \begin{cases} \frac{2^y}{2^{x-1}} = 4, \\ 3^{3x-1} : 3^{2y-3} = 3; \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} x^2 \cdot y = 36, \\ \log_3 x + \log_3 y = 1 + \log_3 27; \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} x + y = \frac{3}{2}, \\ \sin x = 0. \end{cases} \text{ Записать одно решение системы,}$$

удовлетворяющее условию $\begin{cases} x < 0, \\ y > 0; \end{cases}$

$$34. \begin{cases} \frac{4^x}{4^{y-x}} = \sqrt{2}, \\ 5^{x-y} \cdot 5^{-y} = 0,2; \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} x - y = 90, \\ \lg x + \lg y = 3; \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} \lg x + \lg y = 3, \\ x^{\lg y} = 100; \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} \lg x + \lg y = \lg 2, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$

Найти область определения функции (№ 1–5):

1. $f(x) = \sqrt{\log_{0,2}(x^{2-1})}$;

2. $y = \lg \sin x$;

3. $\arccos(x^2 - x)$;

4. $y = \lg(1 - \lg(x^2 - 5x + 16))$;

5. $y = \sqrt[4]{2 - \log_2 \frac{x+5}{x+1}}$.

6. Найти область значений функции

$g(x) = \sqrt{\cos x + 8}$.

7. Определить, является ли функция $h(x) = |x| - 3\cos x$ четной или нечетной.

8. Определить, может ли значение функции $y = \sin x$ быть равным $5 - \sqrt{7}$.

9. Найти наименьший положительный период функции $f(x) = \sin x \cdot \cos x$.

10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \frac{1}{x} + x$ на промежутке $[0; 8]$.

11. Найти промежутки возрастания и убывания функции $h(x) = \frac{x}{\ln x}$.

12. Найти экстремумы функции $\varphi(x) = x^2 \cdot e^x$.

13. Исследовать функцию $y = x \cdot e^x$ и построить ее график.

14. Исследовать функцию $f(x) = x^2 \cdot e^x$ и построить ее график.

15. Найти точки, в которых значение производной функции $y = \frac{1}{x} x^3 - 7x^2 + 11x$ равно -2 .

16. Найти точки, в которых скорость изменения функции $y = 12\sin x - 37$ больше скорости изменения функции $y = 6x - 15$.

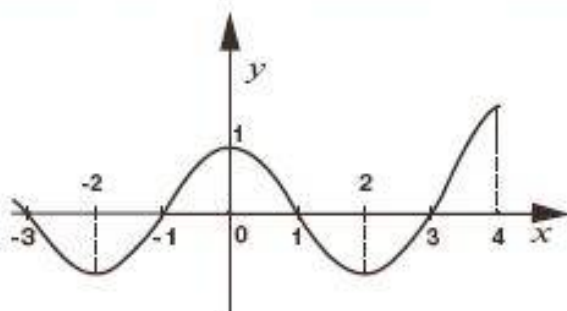
17. Найти точки, в которых тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = x \cdot e^x$ равен нулю.

18. Найти кинетическую энергию тела массой m кг, движущегося прямолинейно по закону $x(t) = 4t^2 - t$ (м) в момент времени $t = 2$ с.

19. Найти угловой коэффициент и угол наклона касательной, проведенной к графику функции $y = 1 + \sin x$ в точке с абсциссой $x_0 = \pi$.

20. В каких точках касательная к кривой $y = \frac{1}{3} x^3 - x^2 - x + 1$ параллельна прямой $y = 2x - 1$?

21. Найти первообразную для функции $f(x) = (2x - 4)^3$ на \mathbb{R} .
22. Найдите первообразную функции $g(x) = (7 - 2x)^3$, обладающую свойством $G(1) = -19$.
23. Найдите общий вид первообразных функции $g(x) = (x^2 - 2x)^2$.
24. Найдите первообразную функции $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$, график которой проходит через точку $M(2; -4)$.
25. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = |x|$, $y = 2x - x^2$.
26. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x$, $x + y = 3$ и осью абсцисс.
27. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2$, $y = 2x - 2$.
28. По графику первообразной восстановите схематично график функции.



Построить график функции (№ 29–30):

29. $y = \sin^2(\log_5(2 - x)) + \cos^2(\log_5(2 - x))$;

30. $y = 2 \sin\left(|x| + \frac{\pi}{2}\right)$.