


Приложение

Министерство образования и науки Российской Федерации
Муромский институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
**«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»**

Кафедра ИС

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ИС


подпись Андреианов Д. Е.
инициалы, фамилия

«24» 05 2016 г.

Основание:
решение кафедры ИС
от «24» 05 2016 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Матричные исчисления
наименование дисциплины

09.03.03 Прикладная информатика
код и наименование направления подготовки

наименование профиля подготовки

бакалавриат
уровень высшего образования

Муром, 2016 г.

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств (ФОС) для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Матричные исчисления» разработан в соответствии с рабочей программой, входящей в ОПОП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

№№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Матрицы и определители	ПК-23	Вопросы к устному опросу, практические задания, тест
2	Решение систем линейных уравнений	ПК-23	Вопросы к устному опросу, практические задания, тест
3	Собственные значения и собственные векторы матриц	ПК-23	Вопросы к устному опросу, практические задания, тест

Фонд оценочных средств по дисциплине «Матричные исчисления» предназначен для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям образовательной программы, в том числе рабочей программы дисциплины «Матричные исчисления», для оценивания результатов обучения: знаний, умений, владений и уровня приобретенных компетенций.

Фонд оценочных средств по дисциплине «Матричные исчисления» включает:

1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости:
- перечень вопросов для устного опроса.
2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации в форме:
- итогового теста для проведения зачета.

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Матричные исчисления» при освоении образовательной программы по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика:

ПК-23: способность применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач		
Знать	Уметь	Владеть
Алгоритмы решения типовых задач матричного исчисления, области и способы их применения	Применять стандартные методы и алгоритмы в соответствующих областях	-

В результате освоения дисциплины «Матричные исчисления» формируется компетенция ПК-23: способность применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач.

Показатели, критерии и шкала оценивания компетенций текущего контроля знаний по учебной дисциплине «Матричные исчисления»

Текущий контроль знаний, согласно положению о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся (далее Положение) в рамках изучения дисциплины «Матричные исчисления» предполагает тестирование, устный опрос и выполнение заданий по практическим работам.

Регламент проведения и оценивание устного опроса

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Матричные исчисления» предполагается выполнение устных опросов студентов, что позволяет углубить процесс познания, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины.

Регламент проведения мероприятия

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Распределение вопросов	1 мин.
2.	Подготовка к ответу	15 мин.
3.	Ответ на вопрос	5 мин.
	Итого (в расчете на один опрос)	21 мин.

Критерии оценки устного опроса (до 5 вопросов)

Оценка	Критерии оценивания
--------	---------------------

5 баллов	Ответ на вопрос раскрыт полностью, в представленном ответе обоснованно получен правильный ответ.
4 балла	Ответ дан полностью, но нет достаточного обоснования или при верном ответе допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений.
3 балла	Ответы даны частично.
2 балла	Ответ неверен или отсутствует.

Регламент проведения и оценивание тестирования студентов

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Матричные исчисления» предполагается выполнение тестирования студентов, что позволяет углубить процесс познания, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины.

Регламент проведения мероприятия

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Объяснение правил прохождения теста	5 мин.
2.	Прохождение теста	60 мин.
3.	Оценка результатов тестирования	5 мин.
	Итого (в расчете на тест)	70 мин.

Критерии оценки тестирования студентов

Оценка выполнения тестов	Критерии оценки
<i>1 балл за правильный ответ на 1 вопрос</i>	<i>правильно выбранный вариант ответа (в случае закрытого теста), правильно вписанный ответ (в случае открытого теста)</i>

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «Матричные исчисления»

Задания для текущего контроля знаний приведены в Приложении 2.

Регламент проведения и оценивание практических работ

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины «Матричные исчисления» предполагается

выполнение практических работ, что позволяет углубить процесс познания, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины.

Регламент проведения мероприятия

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Предел длительности практической работы	80 мин.
2.	Защита отчета	10 мин.
	Итого (в расчете на одну практическую работу)	90 мин.

Критерии оценки практических работ

Оценка	Критерии оценивания
5 баллов	Задание выполнено полностью, в представленном отчете обоснованно получено правильное выполненное задание.
4 балла	Задание выполнено полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений.
2 балла	Задания выполнены частично.
0 баллов	Задание не выполнено.

Общее распределение баллов текущего контроля по видам учебных работ для студентов (в соответствии с Положением)

Рейтинг-контроль 1	Устный опрос (2 вопроса)	До 5 баллов
Рейтинг-контроль 2	Устный опрос (2 вопроса)	До 5 баллов
Рейтинг-контроль 3	Устный опрос (2 вопроса)	До 5 баллов
Посещение занятий студентом	Отметка в журнале посещений	1 балл за каждое занятие
Дополнительные баллы (бонусы)		0
Выполнение семестрового плана самостоятельной работы	Защита практических работ	До 5 баллов за каждую практическую работу

Показатели, критерии и шкала оценивания компетенций промежуточной аттестации знаний по учебной дисциплине «Матричные исчисления»

На основе перечня вопросов к тестированию программным комплексом информационно-образовательного портала МИ ВлГУ формируются в автоматическом

режиме тестовые задания для студентов. Программный комплекс формирует индивидуальные задания для каждого зарегистрированного в системе студента и устанавливает время прохождения тестирования. Результатом тестирования является балл, рассчитанный на основе количества правильных ответов. С учетом индивидуального семестрового рейтинга студента формируется итоговый балл по курсу.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «Матричные исчисления»

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении 3.

Максимальная сумма баллов, набираемая студентом по дисциплине «Матричные исчисления» равна 100.

Оценка в баллах	Оценка по шкале	Обоснование	Уровень сформированности компетенций
Более 80	«Зачтено»	Содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Высокий уровень
66-80	«Зачтено»	Содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	Продвинутый уровень
50-65	«Зачтено»	Содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения	Пороговый уровень

		учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки	
Менее 50	«Не зачтено»	Содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки	Компетенции не сформированы

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценочные средства для текущего контроля знаний

Вопросы для устного опроса:

1. Что такое квадратная матрица?
2. Как определить размер (порядок) матрицы?
3. Приведите примеры операций над матрицами.
4. Что такое определитель?
5. Что такое алгебраическое дополнение элемента?
6. Что такое вырожденная, невырожденная матрица?
7. Какие бывают способы вычисления обратной матрицы?
8. Что такое системы однородных линейных уравнений?
9. Что такое расширенная, основная матрица?
10. О чём говорится в теореме Кронекер-Капелли?
11. Расскажите о формулах Крамера?
12. В чём заключается метод Гаусса?
13. Как решаются однородные системы линейных уравнений?
14. Что такое системы векторов и уравнений?
15. Что такое базис и ранг системы векторов?
16. Что такое собственные значения и собственные векторы матрицы?
17. В чём заключается метод приведения матрицы к диагональному виду?
18. В чём заключается симплексный метод решения задач линейного программирования?
19. Что такое теоремы двойственности?
22. Что такое диагональная матрица?
23. Что такое единичная матрица?
24. Что такое транспонированная матрица?
25. Какие свойства есть у определителя?
26. Что такое минор?
27. Что такое обратная матрица?
28. Что такое системы неоднородных линейных уравнений?
29. Что такое системы совместных линейных уравнений?
30. Что такое системы несовместных линейных уравнений?
31. Что такое системы определённых линейных уравнений?
32. Что такое системы неопределённых линейных уравнений?
33. В чём заключается матричное решение систем линейных уравнений?
34. Что такое фундаментальная система решений?
35. Что такое подпространство векторного пространства?
36. Что такое строчечный и столбцовый ранг матрицы?
37. Какие есть критерии совместности системы линейных уравнений?
38. Как найти сумму и прямую сумму подпространств?
39. Как осуществить приведение матрицы линейного оператора к диагональной форме?
40. Что такое Евклидово векторное пространство?
41. Что такое норма вектора?
42. В чём заключается Процесс ортогонализации системы вектор?
43. Зачем нужно производить разложение определителя матрицы по строке или столбцу?
44. Что такое размерность векторного пространства?
45. Что такое линейное отображение?

- 46. Что такое линейные операторы?
- 47. Какая связь есть между матрицами линейного оператора?
- 49. В чём заключается метод простой итерации для решения систем линейных уравнений?
- 50. Что такое метод вращения различных базисов?
- 48. Что такое трёхдиагональные матрицы?
- 49. Что такое метод вращения?

ПРИЛОЖЕНИЕ 3
Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень вопросов для тестирования.

ПК-23:

Блок 1 (знать).

1. Транспонирование матрицы это
 - а) замена строк соответствующими столбцами;
 - б) замена диагональных элементов нулями;
 - в) перестановка местами двух строк (столбцов);
 - г) замена знаков столбцов на противоположные.

2. Какая матрица при транспонировании не меняется?
 - а) квадратная;
 - б) с дополнительными элементами;
 - в) симметричная;
 - г) прямоугольная нулевая.

3. Транспонирование диагональной матрицы
 - а) не возможно;
 - б) не меняет матрицы;
 - в) превращает ее в единичную;
 - г) превращает ее в нулевую.

4. Результат сложения двух матриц есть
 - а) матрица того же порядка и размера;
 - б) числовое значение;
 - в) матрица большего размера;
 - г) диагональная матрица.

5. Какое выражение не верно?
 - а) "сложение матриц коммутативно";
 - б) "сложение с нулевой матрицей не меняет матрицу";
 - в) "сложение матриц ассоциативно";
 - г) "складывать можно только квадратные матрицы".

6. Две матрицы называются согласованными, если
 - а) число столбцов первой равно числу строк второй;
 - б) число строк первой равно числу столбцов второй;
 - в) матрицы имеют одинаковые размеры;
 - г) матрицы симметричны.

7. Если матрицы A и B согласованы, то B и A ..
 - а) тоже согласованы;
 - б) не могут быть согласованными;
 - в) тоже согласованы, если матрицы квадратные;
 - г) не согласованы, если квадратные.

8. Какую матрицу можно возвести в квадрат?

- а) прямоугольную;
- б) нулевую;
- в) квадратную;
- г) абсолютно любую.

9. Чтобы умножить две матрицы надо...

- а) умножить их элементы;
- б) строки первой умножить на столбцы второй и просуммировать;
- в) строки первой умножить на строки второй и просуммировать;
- г) их транспонировать и перемножить элементы.

10. Что такое определитель 3-го порядка?

- а) вектор, координатами которого являются элементы, стоящие на главной диагонали матрицы;
- б) вектор, координатами которого являются элементы, стоящие на побочной диагонали матрицы;
- в) некоторое число, определенным образом сопоставленное с матрицей;
- г) Решение системы уравнений, из коэффициентов которой составлена матрица.

11. Чему равен определитель третьего порядка, все элементы третьей строки которого равны нулю?

- а) произведению элементов главной диагонали;
- б) произведение элементов 1 строки + произведение элементов 2 строки;
- в) нулю;
- г) среди перечисленных ответов правильного нет.

12. Что можно сказать о двух матрицах, если строки первой являются столбцами второй?

- а) определитель второй матрицы является величиной обратной по отношению к определителю первой;
- б) эти матрицы ничем не отличаются друг от друга;
- в) их определители равны между собой;
- г) среди перечисленных ответов правильного нет.

13. Что произойдет с определителем, если поменять местами какие-либо 2 столбца?

- а) определитель от этого не изменится;
- б) абсолютная величина определителя останется прежней, изменится только его знак;
- в) абсолютная величина определителя уменьшится;
- г) абсолютная величина определителя увеличится.

14. Как изменится определитель 3-го порядка, если все элементы какой-либо строки умножить на какое-либо число?

- а) определитель останется прежним;
- б) определитель станет равным нулю;
- в) определитель умножится на это число;
- г) среди перечисленных ответов правильного нет.

15. Чему равен определитель третьего порядка, в котором какие-либо 2 строки совпадают?

- а) нулю;
- б) произведению несовпадающих элементов;
- в) произведению элементов главной диагонали;
- г) произведению элементов побочной диагонали.

16. Для транспонирования верно следующее:

- а) $a_{ij} \rightarrow -a_{ij}$
- б) $a_{ij} \rightarrow a_{ji}$
- в) $a_{ij} \rightarrow -a_{ji}$
- г) $a_{ij} \rightarrow a_{ij}$

17. Матрицей второго порядка называется:

- а) Определитель;
- б) Выражение с двумя элементами;
- в) Таблица из четырех элементов;
- г) Четыре числа;

18. Размером матрицы называется:

- а) Количество элементов в матрице;
- б) Количество строк в матрице;
- в) Сумма числа строк и числа столбцов;
- г) Произведение $M \cdot N$ числа столбцов и строк;

19. В квадратной матрице..

- а) Все элементы одинаковы;
- б) Четное число элементов;
- в) Число строк равно числу;
- г) Только целые числа;

20. Две матрицы равны, если...

- а) Имеют одинаковые размеры;
- б) Имеют одинаковый порядок;
- в) Имеют одинаковые размеры и соответствующие элементы;
- г) У них совпадают диагональные элементы;

21. Нулевая матрица, это такая матрица, в которой..

- а) Все элементы нулевые;
- б) На главной диагонали – нули;
- в) Хоть один элемент нулевой;
- г) Есть строка (столбец) из нулей;

22. Что указывает первый индекс элементы матрицы?

- а) Номер столбца элемента;
- б) Номер строки элемента;
- в) Количество строк в матрицы;
- г) Количество столбцов в матрице;

23. Элементы с одинаковыми индексами это –

- а) Элементы главной диагонали;
- б) Нечетный элемент матрицы;
- в) Нулевой элемент матрицы;
- г) Не обязательный элемент матрицы;

24. Главная диагональ в матрицы:

- а) Слева сверху – вправо вниз;
- б) Слева снизу – вправо вверх;
- в) Имеет наибольшую сумму элементов;
- г) Не должна содержать нулей;

25. Матрица называется единичной, если

- а) Все ее элементы единичны;
- б) Все элементы или +1 или -1;
- в) Элементы на главной диагонали – единицы;
- г) Она диагональная с единичными элементами;

26. В симметричной матрице..

- а) Все элементы одинаковы;
- б) Чередуются одинаковые строки;
- в) Главная диагональ – ось симметрии;
- г) Чередуются знаки элементов.

27. Определитель – это

- а) матрица
- б) число
- в) вектор
- г) прямоугольная таблица чисел

28. Матрица – это

- а) диагональная таблица чисел
- б) отличный от нуля минор
- в) неопределяемое понятие
- г) прямоугольная таблица чисел

29. Порядок определителя – это

- а) последовательность
- б) диапазон значений его элементов
- в) значение
- г) число его строк и столбцов

30. Порядок может быть только у матрицы, следующего вида

- а) у любой
- б) у матрицы-строки
- в) у квадратной
- г) у матрицы-столбца

31. Правило треугольников – это

- а) правило образования миноров исходного определителя
- б) правило вычисления определителя любого порядка
- в) правило вычисления определителя второго порядка
- г) правило вычисления определителя третьего порядка

Блок 2 (уметь).

1. Чему равен ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 10 \\ 0 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

- а) 1
- б) 2
- в) -4
- г) 0

2. Чему равен минор M_{12} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

- а) 2
- б) 4
- в) 36
- г) 0

3. Чему равно алгебраическое дополнение A_{32} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- а) 1
- б) 7
- в) 0
- г) -7

4. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

- а) 10
- б) 0,2
- в) 3
- г) 0

5. Чему равен элемент a_{12} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

- а) 4
- б) 6
- в) 5
- г) 2

6. Вычислить определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}$$

- а) 0
- б) 9
- в) -2
- г) 12

7. Вычислить определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 \end{vmatrix}$$

- а) 7
- б) -7
- в) 0
- г) 1/7

8. Чему равен ранг матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 16 \\ 0 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

- а) 0
- б) 8
- в) -4
- г) 2

9. Чему равен минор M_{11} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 1 & 5 & 0 \\ 0 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

- а) 45
- б) 25
- в) -45
- г) 0

10. Чему равно алгебраическое дополнение A_{31} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 8 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & -9 \end{pmatrix}$$

- а) 0
- б) -5
- в) -20
- г) 20

11. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

- а) 5
- б) 15
- в) 20
- г) 0

12. Чему равен элемент a_{12} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 6 \\ 9 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

- а) 9
- б) 0
- в) 7
- г) -8

13. Вычислить определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}$$

- а) 4
- б) 9
- в) -36

г) 0

14. Вычислить определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} -7 \end{vmatrix}$$

а) 7

б) -7

в) 0,7

г) -1/7

15. Чему равен ранг матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

а) 3

б) 2

в) -7

г) 1

16. Чему равен минор M_{13} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

а) -10

б) 25

в) -45

г) 5

17. Чему равно алгебраическое дополнение A_{31} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 4 \\ 6 & 1 & 7 \\ 1 & 6 & -9 \end{pmatrix}$$

а) 4

б) -7

в) -4

г) 7

18. Вычислить определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

а) 48

- б) 20
- в) -48
- г) 1

19. Чему равен элемент a_{14} матрицы A

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

- а) 0
- б) 5
- в) 3
- г) элемент не существует

Решить систему уравнений средствами матричного исчисления

$$20) \begin{cases} x_1 - 4x_2 - x_3 = 14 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4 \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ 6x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8 \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 9x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 - 6x_2 - 3x_3 = -2 \\ 5x_1 - 15x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
26) & \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31 \\ 4x_1 + 11x_3 = -43 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20 \end{cases} \\
27) & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \end{cases} \\
28) & \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 14 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases} \\
29) & \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 2 \\ -5x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 - x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 5 \end{cases} \\
30) & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases} \\
31) & \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1 \end{cases} \\
32) & \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \\
33) & \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7 \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25 \end{cases} \\
34) & \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2 = 0 \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 5 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + 4 = 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

$$35) \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$36) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

$$37) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 10 \\ 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$$

$$38) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 40 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases}$$

$$39) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 7 = 0 \end{cases}$$