

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
**Муромский институт (филиал)**  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования  
**«Владимирский государственный университет  
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
(МИ ВлГУ)**

**Отделение среднего профессионального образования**

«УТВЕРЖДАЮ»  
Заместитель директора по УР  
\_\_\_\_\_ Д.Е. Андрианов  
« 20 » 05 2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дискретная математика с элементами математической логики**

для специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

Муром, 2025 г.

Рабочая программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее - ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее - СПО) 09.02.07 Информационные системы и программирование №1547 от 09 декабря 2016 года.

Кафедра-разработчик: информационных систем.

Рабочую программу составил: Кулигин Михаил Николаевич

от «06» мая 2025 г.

\_\_\_\_\_  
(подпись)

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры ИС.

Протокол № 17

от «06» мая 2025 г.

Заведующий кафедрой ИС *Андреанов Д.Е.*

\_\_\_\_\_  
(подпись)

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	4
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	6
3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	9
4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	10

# 1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## Дискретная математика с элементами математической логики

### 1.1. Область применения рабочей программы

Рабочая программа учебной дисциплины является частью программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Рабочая программа учебной дисциплины может быть использована в дополнительном профессиональном образовании, для получения дополнительных компетенций, умений и знаний, необходимых для обеспечения конкурентоспособности выпускника на рынке труда и продолжения образования по специальности.

### 1.2. Место учебной дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена

Дисциплина ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики является дисциплиной математического и общего естественнонаучного учебного цикла

Компетенции, формируемые в результате освоения содержания учебной дисциплины необходимы для успешного изучения таких дисциплин учебного плана, как: «Численные методы», «Технические средства информатизации», «Разработка модулей программного обеспечения для компьютерных систем».

### 1.3. Цели и задачи учебной дисциплины - требования к результатам освоения учебной дисциплины:

Цель дисциплины Рабочая программа учебной дисциплины может быть использована в дополнительном профессиональном образовании и профессиональной подготовке специалистов в области программирования в компьютерных системах

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- -- определения подмножества, булеана множества, включения и равенства множеств, операций над множествами, декартового произведения множеств, парного и бинарного отношений, области определения и области значений бинарного отношения, композиции отношений, свойств бинарных отношений, отношения эквивалентности, отношения порядка (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- способы представления множеств (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- определения функции, отображения, сюръективной, инъективной, биективной функций, биекции (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- определения n-арной операции, алгебры, типов алгебры, подалгебры, гомоморфизма, изоморфизма алгебр, полугруппы, группы, кольца, поля, тела алгебраической системы, решетки (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- свойства бинарных операций (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- значимость понятия гомоморфизма и изоморфизма алгебр в теории компьютерных наук (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- определения алгебры логики, основные законы алгебры логики (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- цели и задачи применения различных методик и алгоритмов описания дискретных систем с помощью булевых функций (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- наименования понятий комбинаторного вычисления (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- места применения комбинаторного вычисления (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- методики и алгоритмы комбинаторного вычисления (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- -- критерии, которые необходимо учитывать при комбинаторном анализе (ОК 01., ОК 02., ОК 09.).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- – представлять множества различными способами (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- – применять различные способы доказательств тождеств (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- – вычислять мощности множеств для различных задач (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- – применять способы представления множеств в ЭВМ (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- – определять свойства бинарных отношений (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- – соотносить разбиение множества с заданным на нем отношением эквивалентности (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- – различать максимальные и наибольший (минимальные и наименьший) элементы частично-упорядоченного множества (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- – находить область определения (прообразы) и область значений (образы) данной функции, обратную функцию, если она существует, композицию функций (ОК 01., ОК 02., ОК 09.);
- – строить отношение эквивалентности, частично-упорядоченное, линейноупорядоченное отношения (ОК 01., ОК 02., ОК 09.).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен владеть следующими общими (ОК) и профессиональными (ПК) компетенциями:

- ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам;
- ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;
- ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности;

#### **1.4. Количество часов на освоение программы учебной дисциплины:**

Максимальной учебной нагрузки обучающегося 106 часов, в том числе:

обязательной аудиторной нагрузки обучающегося 82 часа;

самостоятельной нагрузки обучающегося 24 часа.

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
	1 семестр
Максимальная учебная нагрузка (всего)	106
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	82
В том числе:	
лекционные занятия	34
практические занятия	32
лабораторные работы	16
контрольные работы	
курсовая работа	0
Самостоятельная работа обучающегося (всего)	24
Итоговая аттестация в форме	Экзамен

### 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов	Уровень освоения
1	2	3	4
	1 семестр		
<b>Раздел 1</b>	<b>Теория множеств</b>		
Тема 1.1 Множества. Теоретикомножественные операции.	<i>Содержание учебного материала</i>		
	<i>Лекционные занятия.</i> Введение. Предмет дискретной математики. Цели и задачи курса. Роль дискретной математики в подготовке техников. Понятие множества. Виды множеств. Способы задания множеств. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Законы теории множеств и их доказательства. Свойства разности.	6	1
	<i>Практические занятия.</i> Операции над множествами. Диаграмма Эйлера-Венна. Разбиение множества на классы. Решение задач на выполнение теоретикомножественных операций и на подсчет количества элементов с использованием формулы количества элементов в объединении нескольких конечных множеств. Произведение множеств.	6	2
	<i>Самостоятельная работа обучающихся.</i> Работа с конспектами, учебной и специальной литературой (по параграфам, главам учебных пособий, указанным преподавателем). Подготовка к практическим занятиям преподавателя, оформление домашних работ.	8	3
Тема 1.2 Соответствия.	<i>Содержание учебного материала</i>		

	<i>Лекционные занятия.</i> Понятие соответствия. Способы задания соответствия. Виды соответствий. Понятие счетного множества, равномощных множеств. Теорема Кантора. Парадокс Кантора. Кардинальные числа. Арифметика кардинальных чисел.	4	1
Тема 1.3 Понятие отображения множеств и функции. Свойства функций.	<i>Содержание учебного материала</i>		
	<i>Лекционные занятия.</i> Отображение и функция. Свойства функций: инъекция, сюръекция и биекция. Композиция функций.	4	1
	<i>Практические занятия.</i> Графы. Способы задания графов. Степени вершин. Способы представления графов. Раскраска графа. Изоморфность графов. Построение минимального остова графа.	12	2
	<i>Лабораторные работы.</i> Запись матрицы достижимости и построение диаграммы Герца для орграфа. Решение задач на бинарные деревья. Проверка пары графов на изоморфность, на эйлеровость и гамильтоновость. Графы. Обход графа в глубину и в ширину. Реализация на языке C++ класс, описывающий расчет алгоритма Дейкстры.	16	3
	<i>Самостоятельная работа обучающихся.</i> Работа с конспектами, учебной и специальной литературой (по параграфам, главам учебных пособий, указанным преподавателем). Подготовка к практическим занятиям преподавателя, оформление домашних работ и подготовка их к защите.	8	3
Тема 1.4 Предикаты и бинарные отношения	<i>Содержание учебного материала</i>		
	<i>Лекционные занятия.</i> Логика предикатов. Понятия отношения. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений. Упорядоченные пары, отношение. Композиция отношений. Степень, ядро, свойства отношений.	4	1
<b>Раздел 2</b>	<b>Алгебраические структуры</b>		
Тема 2.1 Алгебра и алгебраические структуры	<i>Содержание учебного материала</i>		
	<i>Лекционные занятия.</i> Операции и алгебры. Морфизмы. Векторные пространства. Алгебраические структуры.	6	1
	<i>Практические занятия.</i> Составление таблиц истинности. Равносильные преобразования. Упрощение формул логики. Приведение формул к совершенным нормальным формам по таблицам истинности. Решение логических задач.	6	2
	<i>Самостоятельная работа обучающихся.</i> Работа с конспектами, учебной и специальной литературой (по параграфам, главам учебных пособий, указанным преподавателем).	8	3

	Подготовка к практическим занятиям преподавателя, оформление домашних работ и подготовка их к защите.		
<b>Раздел 3</b>	<b>Булева алгебра</b>		
Тема 3.1 Операции булевой алгебры.	<i>Содержание учебного материала</i>		
	<i>Лекционные занятия.</i> Логические высказывания. Логические переменные. Элементы булевой алгебры. Операции булевой алгебры. Законы булевой алгебры и их доказательства.	4	1
<b>Раздел 4</b>	<b>Элементы комбинаторики</b>		
Тема 4.1 Комбинаторные тождества.	<i>Содержание учебного материала</i>		
	<i>Лекционные занятия.</i> Подсчет и комбинаторные тождества. Формула включений и исключений. Принцип Дирихле.	6	1
	<i>Практические занятия.</i> «Нахождение числа размещений и перестановок». Решение задач на перебор вариантов. Нахождение биномиальных коэффициентов. Решение комбинированных задач.	8	2
Всего:		106	



### 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Требования к минимальному материально – техническому обеспечению

Лаборатория ГИС и САПР

Сервер; 12 персональных компьютеров; проектор Sanyo PDG-DSU20; экран настенный Draper Apex Star

Компьютерный класс

Проектор ViewSonic PG603X DLP Экран Lumien Персональный компьютер RUSCO – 19 шт.  
Коммутатор D-Link Маршрутизатор беспроводной N ASUS RT-AC66U

Программное обеспечение:

LibreOffice (Mozilla Public License v2.0)

Pycharm Community Edition (проприетарная лицензия и Apache License 2.0)

Python 3.9.4 (Python Software Foundation License)

Python 3 (PSF License Agreement)

#### 3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, интернет – ресурсов, дополнительной литературы.

Основные источники:

1. Пинус, А. Г. Булевы алгебры и булевы функции. Дополнительные главы дискретной математики : учебное пособие / А. Г. Пинус. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2022. — 83 с..  
<https://www.iprbookshop.ru/126548.html>
2. Седова, Н. А. Дискретная математика : учебник для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов : Профобразование, 2020. — 329 с.. <https://www.iprbookshop.ru/89997.html>
3. Ковалёва, Л. Ф. Дискретная математика в задачах: учебное пособие / Л. Ф. Ковалёва. — Москва: Евразийский открытый институт, 2011. — 142 с. [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/10660>. <https://www.iprbookshop.ru/10660>

Дополнительные источники:

1. Дехтярь, М. И. Дискретная математика : учебное пособие / М. И. Дехтярь. — 4-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2022. — 181 с. — ISBN 978-5-4497-1641-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART. <https://www.iprbookshop.ru/120477.html>
2. Седова, Н. А. Дискретная математика. Сборник задач : практикум для СПО / Н. А. Седова, В. А. Седов. — Саратов: Профобразование, 2020. — 319 с. [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/89998>. <https://www.iprbookshop.ru/89998>

Интернет-ресурсы:

1. 1. Электронная библиотечная система - [ibooks.ru](http://ibooks.ru)
2. 2. Электронная библиотечная система - [iprbookshop.ru](http://iprbookshop.ru)
3. 3. Электронная библиотека ВлГУ - [e.lib.vlsu.ru](http://e.lib.vlsu.ru)

#### 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
– представлять множества различными способами	тест
– применять различные способы доказательств тождеств	тест
– вычислять мощности множеств для различных задач	тест
– применять способы представления множеств в ЭВМ	тест
– определять свойства бинарных отношений	тест
– соотносить разбиение множества с заданным на нем отношением эквивалентности	тест
– различать максимальные и наибольший (минимальные и наименьший) элементы частично-упорядоченного множества	тест
– находить область определения (прообразы) и область значений (образы) данной функции, обратную функцию, если она существует, композицию функций	тест
– строить отношение эквивалентности, частично-упорядоченное, линейноупорядоченное отношения	тест
– определения подмножества, булеана множества, включения и равенства множеств, операций над множествами, декартового произведения множеств, парного и бинарного отношений, области определения и области значений бинарного отношения, композиции отношений, свойств бинарных отношений, отношения эквивалентности, отношения порядка	тест
– способы представления множеств	тест
– определения функции, отображения, сюръективной, инъективной, биективной функций, биекции	тест
определения $n$ -арной операции, алгебры, типов алгебры, подалгебры, гомоморфизма, изоморфизма алгебр, полугруппы, группы, кольца, поля, тела алгебраической системы, решетки	тест
– свойства бинарных операций	тест
– значимость понятия гомоморфизма и изоморфизма алгебр в теории компьютерных наук	тест
– определения алгебры логики, основные законы алгебры логики	тест
– цели и задачи применения различных методик и алгоритмов описания дискретных систем с помощью булевых функций	тест
– наименования понятий комбинаторного вычисления	тест
места применения комбинаторного вычисления	тест
– методики и алгоритмы комбинаторного вычисления	тест
– критерии, которые необходимо учитывать при комбинаторном анализе	тест

**Фонд оценочных материалов (средств) по дисциплине**  
Дискретная математика с элементами математической логики

**1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине**

Столбец 1

1. Если число элементов множества конечно, множество называют...
2. Утверждение, о котором можно говорить, что оно истинно или ложно- ...
3. Значения функции можно задать с помощью ..., которая показывает, чему равна функция на всех возможных комбинациях значений её переменных.
4. Функция  $f(x_1, \dots, x_n)$  принадлежит классу  $T_0$ , если ...
5. Произвольная функция переменной  $x$ , определенная на множестве  $M$  и принимающая значения на множестве  $\{0(\text{ложно}); 1(\text{истинно})\}$  называется... Столбец 2

А.  $f(0, \dots, 0) = 0$ .

Б.  $f(1, \dots, 1) = 1$ .

В. Конечным

Г. Бесконечным

Д. Высказывание

Е. Элементарное высказывание

Ж. Таблица истинности

З. Таблица равносильности

И. Одноместный предикат

К. Двухместный предикат

Инструкция по выполнению заданий №2-23: выберите букву, соответствующую правильному варианту ответа, и запишите её в бланк ответов.

2. Выбрать множество  $C$ , если  $A = \{1; 2; 3\}$ ;  $B = \{2; 3; 4\}$ ;  $C = \{1; 2; 3; 4\}$

а)  $B \setminus A$

б)  $A \setminus B$

г)  $A \cup B$

в)  $A \cap B$

3. Найти:  $|A \cup B|$  если  $|A| = 10$   $|B| = 7$   $|A \cap B| = 3$

а) 14

б) 22    в) 19

г) 18

4.  $A = \{1; 2\}$   $B = \{2; 3\}$ , Найти:  $B \times A$

а)  $\{(2; 1); (2; 2); (3; 1); (3; 2)\}$

- б)  $\{(1;2);(1;1);(2;1);(2;2)\}$
- в)  $\{(1;2);(1;3);(2;2);(2;3)\}$
- г)  $\{(2;3);(2;2);(3;2);(3;3)\}$

5. Выбрать формулу для вычисления  $P_n$

- а)  $n!/(n-m)!m!$
- б)  $n^m$
- в)  $n!/(n-m)!$
- г)  $n!$

6. Вычислить:  $(C_7^6)^{-}$

- а) 924
- б) 7
- в) 792
- г) 15

7. Найти сумму бинарных коэффициентов разложения  $[(a + b)]^6$

- а) 256
- б) 512
- в) 64
- г) 128

8. Сколько анаграмм можно составить из слова “мама”

- а) 6
- б) 360
- в) 60
- г) 12

9. Выбрать операцию алгебры логики, задаваемую таблицей истинности

a	b	c
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

- а)  $c = a \vee b$
- б)  $c = a \wedge b$
- в)  $c = a \oplus b$
- г)  $c = a \rightarrow b$

10. Выбрать правило исключения альтернативной дизъюнкции  $a \vee b$

- а)  $ab \vee \bar{a}\bar{b}$
- б)  $a\bar{b} \vee \bar{a}b$
- в)  $\bar{a} \vee \bar{b}$
- г)  $\bar{a} \vee b$

11. Выбрать логическую операцию, которая выражена через многочлен Жегалкина:  $x \wedge y$

- а)  $x \vee y$
- б)  $x \wedge y$
- в)  $x \vee \bar{y}$
- г)  $\bar{x}$

12. Представить в виде многочлена Жегалкина  $\bar{x} \vee y$

- а)  $xy \vee x \vee 1$
- б)  $x \vee y$
- в)  $xy \vee 1$
- г)  $xy \vee x$

13. Логическая функция задана таблицей истинности. Найти для нее КНФ

x	y	f(x:y)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

- а)  $(\bar{x} \vee \bar{y})(\bar{x} \vee y)(x \vee \bar{y})$
- б)  $(x \vee \bar{y})(x \vee y)$
- в)  $(x \vee y)(\bar{x} \vee y)$
- г)  $(\bar{x} \vee y)(x \vee \bar{y})$

14. Логическая функция задана таблицей истинности. Найти для нее ДНФ

x	y	f(x:y)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

- а)  $xy \vee \bar{x}\bar{y}$
- б)  $xy \vee x \vee y$
- в)  $xy \vee \bar{x}\bar{y}$
- г)  $\bar{x}\bar{y}$

15. Построить функцию, двойственную данной:

- а)  $\neg a$
- б)
- в)
- г)  $\neg(a \Rightarrow b)$

16. К какому из классов Поста принадлежит функция

- а) T0
- б) T1
- в) S
- г) ни к какому

17. В неориентированном графе последовательность ребер, в которой два соседних ребра имеют общую вершину, называется:

- а) простой цепью
- б) цепью
- в) циклический маршрут
- г) маршрут

18.Связный неориентированный граф, не содержащий циклов, петель и кратных ребер:

- а) плоский граф
- б) дерево
- в) лес
- г) полный граф

#### **Общее распределение баллов текущего контроля по видам учебных работ для студентов**

Рейтинг-контроль 1	Тест	20
Рейтинг-контроль 2	Тест	20
Рейтинг-контроль 3	Тест	20
Посещение занятий студентом		10
Дополнительные баллы (бонусы)	Тест	10
Выполнение семестрового плана самостоятельной работы	Тест	20

### **2. Промежуточная аттестация по дисциплине**

**Перечень вопросов к экзамену / зачету / зачету с оценкой.**

**Перечень практических задач / заданий к экзамену / зачету / зачету с оценкой (при наличии)**

Столбец 1

1. Два множества называют..., если они состоят из одних и тех же элементов или являются пустыми множествами.

2. Значение функции можно задать с помощью . . . , которая показывает, чему равна функция на всех возможных комбинациях значений её переменных.

3. Функция  $f(x_1, \dots, x_n)$  принадлежит классу  $T_1$ , если ...

4. Операция приписывания к предикату квантора называется . . .

5. Задачи, в которых необходимо подсчитать, сколькими способами можно осуществить то или иное требование, выполнить какое-либо условие, сделать тот или иной выбор, называются . . . Столбец 2

А. Комбинаторные;

Б.  $f(0, \dots, 0) = 0$ ;

В. Навешиванием квантора;

Г.  $f(1, \dots, 1) = 1$ ;

Д. Приписыванием квантора;

Е. Рефлексивные;

Ж. Таблицы истинности;

З. Равными;

И. Формулы истинности;

К. Одинаковыми.

Инструкция по выполнению заданий № 2 -23: выберите букву, соответствующую правильному варианту ответа, и запишите её в бланк ответов.

2. Выбрать множество  $C$ , если  $A = \{1; 2; 3\}$ ;  $B = \{2; 3; 4\}$ ;  $C = \{2; 3\}$

а)  $B \setminus A$

б)  $A \setminus B$  в)  $A \cap B$

г)  $A \cup B$

3. Найти:  $|A \cup B|$  если  $|A| = 16$   $|B| = 8$   $|A \cap B| = 5$

а) 14

б) 22

в) 19

г) 18

4.  $A = \{1; 2\}$   $B = \{2; 3\}$ , Найти:  $A \times B$

а)  $\{(2; 1); (2; 2); (3; 1); (3; 2)\}$

б)  $\{(1; 2); (1; 1); (2; 1); (2; 2)\}$

г)  $\{(2; 3); (2; 2); (3; 2); (3; 3)\}$

в)  $\{(1; 2); (1; 3); (2; 2); (2; 3)\}$

5. Выбрать формулу для вычисления  $C_n^m$

а)  $n! / (n-m)! m!$

б)  $n^m$

в)  $n! / (n-m)!$

г)  $n!$

6. Вычислить:  $(C_5^2)^{-}$

- а) 924
- б) 7
- в) 792
- г) 15

7. Найти сумму бинарных коэффициентов разложения  $[(a + b)]^9$

- а) 256
- б) 512
- в) 64
- г) 128

8. Сколько анаграмм можно составить из слова “жара”

- а) 6
- б) 360
- в) 60
- г) 12

9. Выбрать операцию алгебры логики, задаваемую таблицей истинности

a	b	c
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- а)  $c = a \vee b$
- б)  $c = a \wedge b$
- в)  $c = a \oplus b$
- г)  $c = a \rightarrow b$

10. Выбрать правило исключения эквиваленции  $a \vee b$

- а)  $ab \vee \bar{a}b$
- б)  $a\bar{b} \vee \bar{a}b$
- в)  $\bar{a} \vee \bar{b}$
- г)  $\bar{a} \vee b$

11. Выбрать логическую операцию, которая выражена через многочлен Жегалкина:  $xy$

- а)  $x \vee y$



б)  $x \vee y$

в)  $x \wedge y$

г)  $\overline{x}$

12. Представить в виде многочлена Жегалкина  $\overline{(x \vee y)}$

а)  $xy \vee x \vee 1$

б)  $x \vee y$

в)  $xy \vee 1$

г)  $xy \vee x$

13. Логическая функция задана таблицей истинности. Найти для нее КНФ

x	y	f(x:y)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

а)  $(\overline{x} \vee \overline{y})(\overline{x} \vee y)(x \vee \overline{y})$

б)  $(x \vee \overline{y})(x \vee y)$

в)  $(x \vee y)(\overline{x} \vee y)$

г)  $(\overline{x} \vee y)(x \vee \overline{y})$

14. Логическая функция задана таблицей истинности. Найти для нее ДНФ

x	y	f(x:y)
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	0

а)  $xy \vee \overline{x}y$

б)  $xy \vee x \vee \overline{y}$

в)  $xy \vee \overline{x}y$

г)  $\overline{x}y$

15. Построить функцию, двойственную данной:

а)  $\overline{a}$ ;

б)  $a \vee b$ ;

в)  $a \wedge b$ ;

г)  $\overline{(a \Rightarrow b)}$ .

16. К какому из классов Поста принадлежит функция

а) P0;

б) P1 ;

- в) S ;
- г) ни к какому.

17. Маршрутом, в котором каждое ребро встречается не более одного раза, называется:

- а) простой цепью;
- б) цепью;
- в) циклический маршрут;
- г) маршрут.

18. Несвязный неориентированный граф, не содержащий циклов, петель и кратных рёбер:

- а) плоский граф;
- б) дерево;
- в) лес;
- г) полный граф.

19. Найти граф, соответствующий матрице смежности

	A	B	C
A	1	0	1
B	0	0	1
C	1	1	0

20.

Найти задание данного графа матрицей смежности (первая вершина  $i$ ; вторая  $-j$  ).

а)

$ij$	3	4	5	6
3	0	0	0	1
4	0	0	0	1
5	0	0	0	0
6	1	1	0	0

б)

$ij$	3	4	5	6
3	0	0	0	0
4	1	0	0	0
5	1	1	0	0
6	1	1	1	0

в)

ij	3	4	5	6
3	0	1	1	1
4	0	0	1	1
5	0	0	0	1
6	0	0	0	0

г)

ij	3	4	5	6
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0
6	1	0	0	0

21. Какие из данных графов являются эйлеровыми графами:

- а) 1;4;
- б) 1;2;
- в) 3;4;
- г) 3.

22. Метод перебора, исчерпывающий все возможности:

- а) неполная индукция;
- б) индукция;
- в) принцип математической индукции;
- г) полная индукция.

23. Сколько подмножеств имеет множество, содержащее 8 элементов?

- а) 256;
- б) 128;
- в) 64;
- г) 512.

Блок Б

1. Построить таблицу истинности:  $(x \rightarrow y) \wedge (x \vee y)$

2. Построить полином Жегалкина для функции  $f(x,y,z)=(10101001)$

Условия выполнения задания:

Расходные материалы:

- бланк ответа (Приложение 1)

Оборудование:  
- ручка

Эталон выполнения задания

Номер группы        Д2ПО1  
Фамилия, имя        Сидоров Петр Иванович  
Уч. дисциплина     Дискретная математика  
Вариант № 1        Дата    27.06.2016 г.

№ задания	Вариант ответа	№ задания	Вариант ответа
Блок А			
1	В,Д,Ж,А,И	14	А
2	Г	15	Б
3	А	16	Г
4	А	17	Г
5	Г	18	Б
6	А	19	В
7	В	20	А
8	А	21	В
9	Г	22	В
10	Б	23	В
11	Г		
12	В		
13	Г		
Блок Б			
24			
25			

Сумма баллов: 27

Эталон выполнения задания

Номер группы Д2ПО1  
Фамилия, имя Сидоров Петр Иванович  
Уч. дисциплина Дискретная математика  
Вариант № 2 Дата 27.06.2016 г.

№ задания	Вариант ответа	№ задания	Вариант ответа
-----------	----------------	-----------	----------------

Блок А

1	З.Ж.Г.В.А	14	Б
2	В	15	В
3	В	16	Б
4	В	17	Б
5	А	18	В
6	Г	19	А
7	Б	20	В
8	Г	21	Г
9	В	22	Б
10	Б	23	А
11	Б		
12	А		
13	Б		

Блок Б

24

25

Сумма баллов:27

### Критерии оценки сформированности знаний:

основные понятия и приемы дискретной математики;  
логические операции, формулы логики, законы алгебры логики;  
основные классы функций, полнота множества, теорема Поста;  
основные понятия теории множеств, теоретико-множественные операции их связь с логическими операциями;  
логика предикатов, бинарные отношения и их виды; элементы теории отображений и алгебры подстановок;  
метод математической индукции; алгоритмическое перечисление основных комбинаторных объектов;  
основные понятия теории графов, характеристики и виды графов;  
элементы теории автоматов.

### Оценка тестирования

Каждый правильный ответ блока А оценивается 1 баллом, неправильный – 0 баллов (всего 23 балла)

Каждый правильный ответ блока Б оценивается 2 баллами, неправильный – 0 баллов (всего 4 баллов)

Максимальный балл работы по тесту составляет 27 баллов

### 3.2. Практическое задание для оценки сформированности умений:

формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения;  
применять законы алгебры логики;  
определять типы графов и давать их характеристики;  
строить простейшие автоматы.

### Задание 2

#### 1 вариант

Владимир, Роман, Андрей и Сергей заняли на математической олимпиаде четыре первых места. На вопрос о распределении мест были получены следующие ответы: 1) Роман – первый, Сергей – второй; 2) Роман – второй, Владимир – третий; 3) Андрей – второй, Владимир – четвертый. В каждом из ответов только одно утверждение истинно. Определить, как распределились места.

#### 2 вариант

С помощью формул логики высказываний докажите справедливость тождества  
 $((a \downarrow b) \vee (\neg a \leftrightarrow b)) \rightarrow ((c \downarrow d) \downarrow (c \leftrightarrow d)) = ((\neg a \rightarrow d) \wedge (\neg d \rightarrow b)) \rightarrow ((c \rightarrow a) \vee (c \rightarrow b))$

Условия выполнения задания:

Расходные материалы  
лист задания.  
Оборудование  
ручка

Эталоны выполнения заданий

1 вариант

Обозначим простые высказывания через  $X_y$ , где  $X$  – первая буква имени участника, а  $y$  – номер занятого места. Тогда высказывания ребят можно записать следующим образом: 1)  $P_1 \vee C_2$ ; 2)  $P_2 \vee B_3$ ; 3)  $A_2 \vee B_4$ .

Так как все дизъюнкции истинны, то истинной будет и конъюнкция этих дизъюнкций, т.е.  $1 = (P_1 \vee C_2) \wedge (P_2 \vee B_3) \wedge (A_2 \vee B_4)$ .

Раскроем скобки:  $(P_1 \vee C_2) \wedge (P_2 \vee B_3) \wedge (A_2 \vee B_4)$ .

Т.к.  $P_1 \wedge P_2 = 0$  (Роман не мог одновременно занять два места), а  $C_2 \wedge P_2 = 0$  (Роман и Сергей не могли быть оба на втором месте), то

$(P_1 \vee C_2) \wedge (P_2 \vee B_3) \wedge (A_2 \vee B_4) = P_1 \vee C_2 \vee B_3 \vee A_2 \vee P_1 \vee B_3 \vee B_4 \vee C_2 \vee B_3 \vee B_4 = P_1 \vee B_3 \vee A_2 = 1$ , т.е. Роман – первый, Андрей – второй, Владимир – третий. Тогда Сергей – четвертый.

2 вариант

а) Преобразуем левую часть выражения

$$\begin{aligned} & ((a \downarrow b) \vee (\neg a \leftrightarrow b)) \wedge ((c \rightarrow d) \downarrow (c \leftrightarrow d)) = (((a \downarrow b) \vee (\neg a \leftrightarrow b)) \rightarrow ((c \rightarrow d) \downarrow (c \leftrightarrow d))) = \\ & = \neg((a \downarrow b) \vee (\neg a \leftrightarrow b)) \vee (((c \rightarrow d) \downarrow (c \leftrightarrow d))) = ((a \downarrow b) \vee (\neg a \leftrightarrow b)) \wedge ((c \rightarrow d) \downarrow (c \leftrightarrow d)) = ((\neg(a \vee b)) \vee (\neg a \vee b)) \wedge ((\neg(c \rightarrow d)) \vee (cd \vee \neg cd)) = (\neg ab \vee \neg a \vee b \vee a) \wedge (\neg d \vee cd \vee \neg c \vee d) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (c \vee \neg cd) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (c \vee \neg d) \end{aligned}$$

б) Преобразуем правую часть выражения

$$\begin{aligned} & ((\neg a \rightarrow d) \wedge (\neg d \rightarrow b)) \rightarrow ((c \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow b)) = ((\neg a \rightarrow d) \wedge (\neg d \rightarrow b)) \vee \neg((c \rightarrow a) \wedge (c \rightarrow b)) = \\ & = ((\neg a \rightarrow d) \vee \neg(\neg d \rightarrow b)) \vee ((\neg c \rightarrow a) \vee \neg(c \rightarrow b)) = ((\neg a \vee d) \vee ((d \vee b))) \vee ((\neg c \vee a) \vee ((\neg c \vee b))) = (\neg a \vee d \vee d \vee b) \vee (\neg c \vee a \vee \neg c \vee b) = \neg d \vee (\neg a \vee \neg b) \vee c \vee (\neg a \vee \neg b) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (c \vee \neg d). \end{aligned}$$

в) получили тождество

$$(\neg a \vee \neg b) \wedge (c \vee \neg d) = (\neg a \vee \neg b) \wedge (c \vee \neg d).$$

## Методические материалы, характеризующих процедуры оценивания

Функции алгебры логики. Равенство функций. Существенные и фиктивные переменные.

Свойства логических операций: коммутативность, дистрибутивность, ассоциативность. Правила Де Моргана.

Таблицы истинности.

Лемма о числе слов и ее доказательство.

Теорема о совершенной дизъюнктивной нормальной форме.

Теорема о совершенной конъюнктивной нормальной форме.

Полные системы.

Теорема Жегалкина. Полиномы Жегалкина.

Замкнутые классы.

Классы  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $L$  и их замкнутость.

Двойственные и самодвойственные функции. Класс самодвойственных функций.

Монотонность функций. Класс монотонных функций.

Теорема Поста.

Базис алгебры логики. Примеры.

Теорема о максимальном числе функций в базисе алгебры логики.

Предполные классы. Теорема о предполных классах.

Графы. Псевдографы. Мультиграфы. Ориентированность графов.

Матрицы смежности

Матрицы инцидентности

Изоморфизм графов.

Пути. Цепи. Циклы.

Связность графов.

Деревья. Свойства деревьев.

Теорема о различных определениях дерева.

Корневые деревья.

Теорема Понтрягина-Куратовского

Доказать, что если в связном планарном графе  $G = (V, E)$  с  $p$  вершинами и  $q$  рёбрами, отличным от дерева, нет циклов длины меньше  $k$  ( $k \geq 3$ ), то  $q \leq k/(k-2)(p-2)$

Понятие орграфа и связанных с ним определений.

Полусумматор. Сложность полусумматора.

Сумматор. Сложность сумматора.

Схема из функциональных элементов в стандартном базисе.

Вычитатель. Сложность вычитателя.

Верхняя оценка сложности сумматора

Умножитель порядка  $n$

Метод Карацубы

Дешифратор

Сложность дешифратора

Мультиплексор

Верхняя оценка сложности мультиплексора

Метод Шеннона

Теорема о минимальной сложности универсального многополюсника



Полусумматор. Сложность полусумматора.  
 Предполные классы. Теорема о предполных классах.  
 Шифратор  
 Верхняя оценка сложности шифратора  
 Докажите, что существует шифратор порядка  $n$ , со сложностью не превосходящей  $n \cdot 2^{n-1}$   
 Алгоритм «поиска в глубину»  
 Геометрическая реализация графов.  
 Формула Эйлера для планарных графов.  
 Гомеоморфизм графов.  
 Теорема о раскраске графов в пять цветов.  
 Теорема Маркова о взаимной однозначности алфавитного кодирования  
  
 Алгоритм распознавания взаимной однозначности кодирования  
 Неравенство Макмиллана.  
 Построение оптимальных двоичных кодов. Метод Хаффмана  
 Коды с исправлением  $t$  ошибок. Код Хемминга.  
 Система канонических уравнений автомата  
 Представление автоматов схемами из функциональных элементов и элементов задержки.  
 Схемы (алгоритмы) сумматора, вычитателя, умножителя

Максимальная сумма баллов, набираемая студентом по дисциплине равна 100.

Оценка в баллах	Оценка по шкале	Обоснование	Уровень сформированности компетенций
Более 80	«Отлично»	Содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	<b>Высокий уровень</b>
66-80	«Хорошо»	Содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	<b>Продвинутый уровень</b>

50-65	«Удовлетворительно»	Содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки	<b><i>Пороговый уровень</i></b>
Менее 50	«Неудовлетворительно»	Содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки	<b><i>Компетенции не сформированы</i></b>

### 3. Задания в тестовой форме по дисциплине

Примеры заданий:

#### I. Множества и отображения

1. Основные понятия теории множеств: множество, элемент, подмножество. Основные операции над множествами.
2. Бинарные и n-арные отношения. Определения и примеры. Основные свойства отношений.  
Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
3. Понятие отображения. Образ и прообраз элемента. Инъекция, сюръекция и биекция. Композиция отображений. Обратное отображение. Критерий обратимости.
4. Число элементов декартова произведения двух и нескольких множеств. Количество подмножеств данного множества.
5. Число отображений из одного множества в другое. Число инъекций. Число перестановок данного множества. Размещения и размещения с повторениями.
6. Счётные множества. Определение и примеры. Счётность декартова произведения счётных множеств.
7. Теорема о бесконечном подмножестве счётного множества. Понятие не более чем счётного множества и их основные свойства.
8. Счётность множества рациональных чисел.
9. Теорема об объединении не более чем счётных множеств.
10. Пример несчётного множества. Существование трансцендентных чисел.
11. Понятие мощности множества. Теорема о счётном подмножестве бесконечного множества.
12. Формулировка аксиомы выбора. Примеры теорем, которые невозможно доказать без использования этой аксиомы.
13. Следствия об объединении и разности бесконечного множества и счётного множества. Примеры множеств мощности континуума.
14. Сравнение мощностей. Определение, теорема Кантора-Бернштейна (формулировка), континуум-гипотеза. Теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств.

#### II. Основы математической логики

15. Булевы функции. Определение, задание таблицей истинности, количество булевых функций от  $n$  переменных. Примеры булевых функций от 1 и 2 переменных.

16. Формулы исчисления высказываний. Связь с булевыми функциями. Эквивалентность формул, примеры. Тавтологии, выполнимые формулы и противоречия.
17. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы. СКНФ и СДНФ. Существование и единственность представления булевой функции в виде СКНФ и СДНФ. Полные системы булевых функций.
18. Алгоритм приведения булевой функции к СКНФ и СДНФ эквивалентными заменами.
19. Аксиомы и правила вывода в исчислении высказываний. Пример логического вывода.
20. Язык исчисления предикатов. Термы и формулы исчисления предикатов. Свободные и связанные вхождения переменных.
21. Интерпретация формул исчисления предикатов. Общезначимые и выполнимые формулы.
- III. Элементарная комбинаторика
22. Число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$ . Формула для числа сочетаний.
23. Число сочетаний с повторениями из  $n$  элементов по  $k$ . Формула для числа сочетаний с повторениями.
24. Простейшие свойства биномиальных коэффициентов. Алгебраические и комбинаторные доказательства. Треугольник Паскаля.
25. Бином Ньютона. Сумма и знакопеременная сумма биномиальных коэффициентов (алгебраические и комбинаторные доказательства).
26. Мультиномиальные коэффициенты. Определение и формула. Обобщенный бином Ньютона.
27. Формула включений-исключений. Переформулировка этой формулы в терминах свойств.
28. Субфакториалы. Определение и рекуррентное соотношение для субфакториалов. Связь с обычными факториалами.
29. Явная формула для субфакториала. Следствие о ближайшем целом числе к  $n!$
30. Функция Эйлера. Определение и формула (доказательство с помощью формулы включений-исключений).
31. Формула для числа сюръекций.

Полный перечень тестовых заданий с указанием правильных ответов, размещен в банке вопросов на информационно-образовательном портале института по ссылке <https://www.mivlgu.ru/iop/question/edit.php?courseid=3068&cat=43591%2C103731&recurse=1&showhidden=0&qbshowtext=0&category=43591%2C103731&lastchanged=478682>

Оценка рассчитывается как процент правильно выполненных тестовых заданий из их общего числа.